

Celé čísla

V živote sa často stretávame nielen s kladnými číslami: 10, 25, 136, ..., ale aj s číslami, ktoré majú pred sebou znamienko mínus ($-$), napr.: -5, -8, -12, ... Tieto čísla nazývame **záporné čísla**.

Kladné celé čísla a záporné celé čísla patria do veľkej množiny **celých čísel**.

Množinu celých čísel označujeme $\mathbb{Z}$.

Táto množina čísel sa delí na:

- záporné celé čísla: $\mathbb{Z}^-$
- kladné celé čísla: $\mathbb{Z}^+$ (sú to vlastne prirodzené čísla)

Kladné celé čísla píšeme so znamienkom $+$.

Nula nie je ani kladné ani záporné číslo, nemá znamienko.

Záporné celé čísla píšeme so znamienkom $-$.

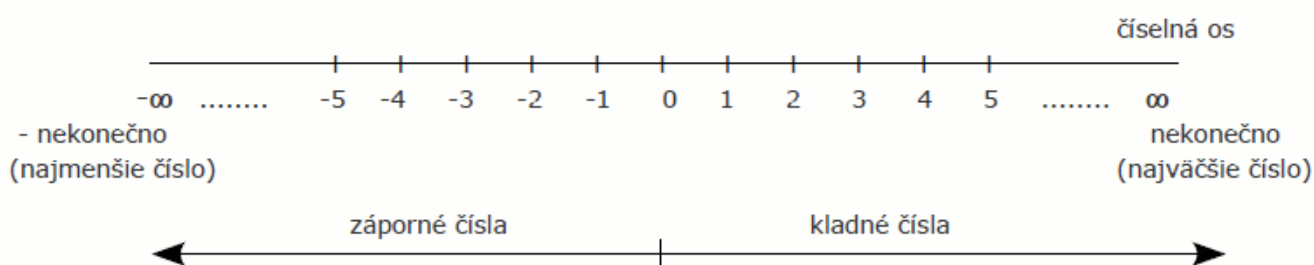
Pri zápise kladných čísel môžeme znamienko $+$ **vynechať**, no znamienko $-$ sa pri zápise záporných čísel **musí písať vždy**.

Kladné a záporné čísla

Doteraz sme sa učili len o kladných číslach, teda číslach, ktoré vyjadrujú kladnú hodnotu, čiže $+$. Okrem týchto čísel existujú aj čísla záporné, čiže $-$. Tieto čísla vyjadrujú zápornú (mínusovú) hodnotu.

Teplota je v lete u nás na Slovensku väčšinou kladná, napr. $+15^\circ\text{C}$, $+25^\circ\text{C}$, $+30^\circ\text{C}$. Vtedy cítime, že je teplo. Ale v zime je u nás teplota mínusová, napr. -5°C , -10°C , -15°C , to znamená, že teplota je pod nulou.

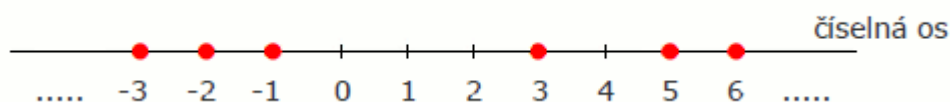
Nula je veľmi dôležité číslo, pretože rozdeľuje čísla na kladné a záporné.



Príklad č.1

Na číselnej osi s jednotkovou úsečkou 1 cm vyznačte obrazy týchto čísel: -1; 5; -3; 3; 6; -2.

Riešenie



Navzájom opačné čísla

Obrazy navzájom opačných celých čísel ležia na navzájom opačných častiach číselnej osi, sú rovnako vzdialené od čísla nula.

Opačné číslo ku kladnému číslu je záporné číslo. Opačné číslo k zápornému číslu je kladné číslo. Nula nie je ani kladné ani záporné číslo, preto opačné číslo k číslu 0 je 0.

Príklad č.1

Dané sú čísla: -15; -90; 16; -8; 234; 1008. Napíšte k nim opačné čísla.

Riešenie

dané čísla:	-15	-90	16	-8	234	1008
opačné čísla:	15	90	-16	8	-234	-1008

Príklad č.2

Dané sú desatinné čísla: 0,6; -21,36; -1,56; 0,001; 9,55. Napíšte k nim opačné čísla.

Riešenie

dané čísla:	0,6	-21,36	-1,56	0,001	9,55
opačné čísla:	-0,6	21,36	1,56	-0,001	-9,55

Absolútna hodnota celého čísla

Vzdialenosť obrazu čísla na číselnej osi od obrazu čísla nula nazývame **absolútna hodnota**. Absolútna hodnota je **vždy kladné číslo**.

Dve navzájom opačné čísla majú rovnaké absolútne hodnoty. Absolútna hodnota nuly je nula.

Absolútnu hodnotu označujeme $|a|$ - absolútna hodnota čísla a .

Príklad č.1

Dané sú čísla: 9; 5; -4; 2; 6; -11; -87; 244. Napíšte absolútne hodnoty týchto čísel a absolútne hodnoty čísel k nim opačných.

Riešenie

Dané čísla

9; 5; -4; 2; 6; -11; -87; 244

Absolútne hodnoty daných čísel

$ 9 = 9$	$ -4 = 4$	$ 6 = 6$	$ -87 = 87$
$ 5 = 5$	$ 2 = 2$	$ -11 = 11$	$ 244 = 244$

Opačné čísla

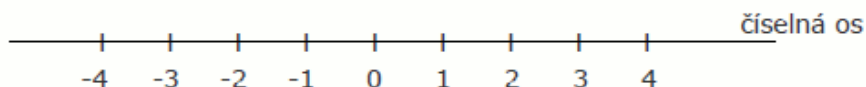
-9; -5; 4; -2; -6; 11; 87; -244

Absolútne hodnoty opačných čísel:

$ -9 = 9$	$ 4 = 4$	$ -6 = 6$	$ 87 = 87$
$ -5 = 5$	$ -2 = 2$	$ 11 = 11$	$ -244 = 244$

Usporiadanie celých čísel a porovnávanie celých čísel

Podobne ako prirodzené čísla, aj celé čísla vieme navzájom porovnávať a usporiadať. Usporiadať vieme čísla **vzostupne** – od najmenšieho po najväčšie, alebo **zostupne** – od najväčšieho po najmenšie.



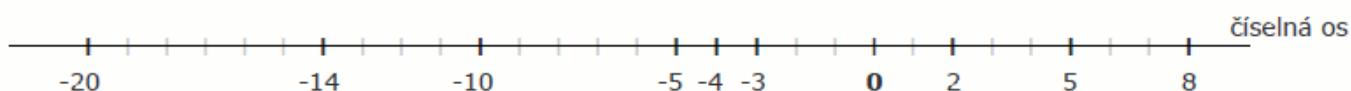
Z obrázka je zrejmé, že každé záporné číslo je menšie ako nula a je tiež menšie ako každé kladné číslo. Každé záporné číslo, ktoré je ďalej od nuly je menšie ako iné záporné číslo, ktoré je bližšie k nule.

Kladné čísla porovnáваме ako prirodzené čísla.

Príklad č.1

Usporiadajte vzostupne čísla: -5; 8; -14; -10; 2; -3; -20; 5; -4.

Riešenie



Vzostupne usporiadané čísla: -20; -14; -10; -5; -4; -3; 2; 5; 8

Príklad č.2

Porovnajte tieto dvojice čísel: 4 a 7; -4 a -7; 12 a -12; 0 a -32; -8 a -4.

Riešenie

$4 < 7$ $-4 > -7$ $12 > -12$ $0 > -32$ $-8 < -4$

Sčítovanie celých čísel a odčítovanie celých čísel

Pre sčítovanie a odčítovanie platí:

Súčet dvoch kladných čísel je kladné číslo.

Znamienko **+** na začiatku príkladu vynechávame – je to dohoda, ak ho napíšeme, tak to nie je matematická chyba: napr. $5+3$ môžeme napísať ako $+5+(+3)$ alebo $(+5)+(+3)$, tieto zápisy sú však neprehľadné. To je dôvod prečo vynechávame znamienko **+** na začiatku a tiež v zátvorke pred číslom.

Súčet dvoch záporných čísel je záporné číslo.

Pozor! Tu už znamienko **-** nesmieme vynechať, pretože označuje záporné číslo, napr. $(-5)+(-3)$.

Súčet kladného a záporného čísla môže byť kladný, nula alebo záporný.

Výsledok závisí od toho, ktoré číslo je väčšie:

- ak je väčšie kladné číslo, súčet bude kladný,
- ak je väčšie záporné číslo, súčet bude záporný,
- súčet navzájom opačných čísel bude rovný nule.

Príklad č.1

Vypočítaj:	$9 + 11$	$(-5) + (-15)$	$12 + (-7)$	$-12 + 12$
	$(+4) + (+41)$	$(-25) + (-22)$	$7 + (-12)$	

Riešenie

$$9 + 11 = 20$$

$$(+4) + (+41) = 4 + 41 = 45$$

$$(-5) + (-15) = -20$$

$$(-25) + (-22) = -47$$

$$12 + (-7) = 5$$

$$7 + (-12) = -5$$

$$-12 + 12 = 0$$

Pravidlá používané pri sčítaní a odčítaní celých čísel

Pre sčítanie a odčítanie celých čísel si môžeme doplniť tieto ďalšie pravidlá:

$$a - (-b) = a + b$$

$$a + (+b) = a + b$$

$$a + (-b) = a - b$$

$$a - (+b) = a - b$$

Príklad č.1

Vypočítaj:	$1 - (-6)$	$-3 + (-5)$
	$-2 + (+10)$	$4 - (+8)$

Riešenie

$$1 - (-6) = 1 + 6 = 7$$

$$-2 + (+10) = -2 + 10 = 8$$

$$-3 + (-5) = -3 - 5 = -8$$

$$4 - (+8) = 4 - 8 = -4$$

Násobenie a delenie celých čísel

Pre násobenie a delenie čísel platia tieto pravidlá:

$+$. $+$ = $+$ **súčin** dvoch **kladných** čísel je číslo **kladné**

$+$: $+$ = $+$ **podiel** dvoch **kladných** čísel je číslo **kladné**

$+$. $-$ = $-$ **súčin** **kladného** a **záporného** čísla je číslo **záporné**

$+$: $-$ = $-$ **podiel** **kladného** a **záporného** čísla je číslo **záporné**

$-$. $+$ = $-$ **súčin** **záporného** a **kladného** čísla je číslo **záporné**

$-$: $+$ = $-$ **podiel** **záporného** a **kladného** čísla je číslo **záporné**

$-$. $-$ = $+$ **súčin** dvoch **záporných** čísel je číslo **kladné**

$-$: $-$ = $+$ **podiel** dvoch **záporných** čísel je číslo **kladné**

Pravidlá počítania s nulou:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

$$0 : a = 0$$

!POZOR! Nulou nikdy nedelíme: $a : 0 = ?$

Príklad č.1

Vypočítajte: $2 \cdot 9$ $2 \cdot (-9)$ $(-2) \cdot 9$ $(-2) \cdot (-9)$

Riešenie

$$2 \cdot 9 = 18$$

$$2 \cdot (-9) = -18$$

$$(-2) \cdot 9 = -18$$

$$(-2) \cdot (-9) = 18$$

Príklad č.2

Vypočítajte: $10 : 5$ $10 : (-5)$ $(-10) : 5$ $(-10) : (-5)$

Riešenie

$$10 : 5 = 2$$

$$10 : (-5) = -2$$

$$(-10) : 5 = -2$$

$$(-10) : (-5) = 2$$

Slovné úlohy

Slovné úlohy sú dôležitou súčasťou matematiky.

Riešiť slovnú úlohu znamená:

- poriadne si prečítať text úlohy s porozumením, aj viackrát,
- urobiť si stručný zápis úlohy, ktorý vystihuje podstatu úlohy - hlavne si zapísať to, čo je dané a čo máme vypočítať,
- urobiť výpočet,
- napísať stručnú odpoveď na otázku z úlohy.

Príklad č.1

Ráno bola teplota vzduchu -4°C a večer 2°C . Aká bola teplota ráno a večer nasledujúceho dňa, ak v oboch prípadoch bola teplota o 5°C vyššia?

Riešenie

Zápis úlohy:

teplota ráno -4°C

teplota večer 2°C

nasledujúci deň teplota stúpala o 5°C ráno aj večer

nasledujúci deň: teplota ráno: $x^{\circ}\text{C}$

nasledujúci deň: teplota večer: $y^{\circ}\text{C}$

ráno: $-4^{\circ}\text{C} + 5^{\circ}\text{C} = 1^{\circ}\text{C}$

večer: $2^{\circ}\text{C} + 5^{\circ}\text{C} = 7^{\circ}\text{C}$

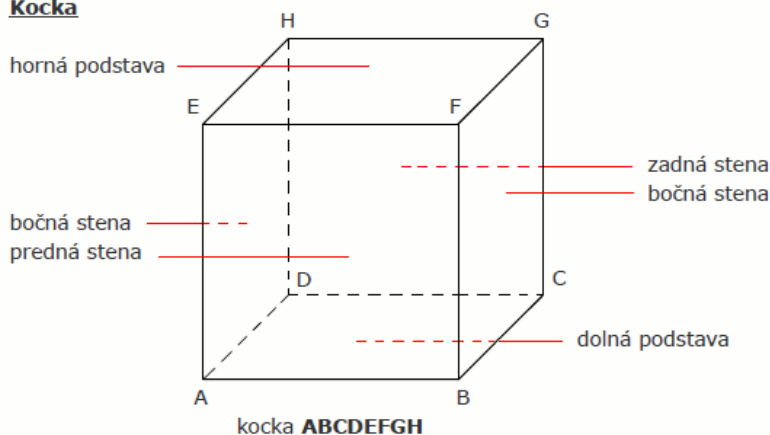
Nasledujúci deň bola teplota ráno 1°C a večer 7°C .

V 5. ročníku sme sa naučili, že všetky útvary okolo nás môžu byť rovinné alebo priestorové. Vymenovali sme si a nakreslili základné rovinné a priestorové útvary, o ktorých sa na základnej škole budeme učiť.

Priestorové telesá, o ktorých sa budeme učiť v tejto kapitole sú také, ktoré sú definované vo viacerých rovinách. Pri priestorových telesách budeme určovať dve veličiny, a to **povrch telies** a **objem telies**.

V 6. ročníku sa podrobnejšie budeme zaoberať dvomi telesami: **kockou** a **kvádom**.

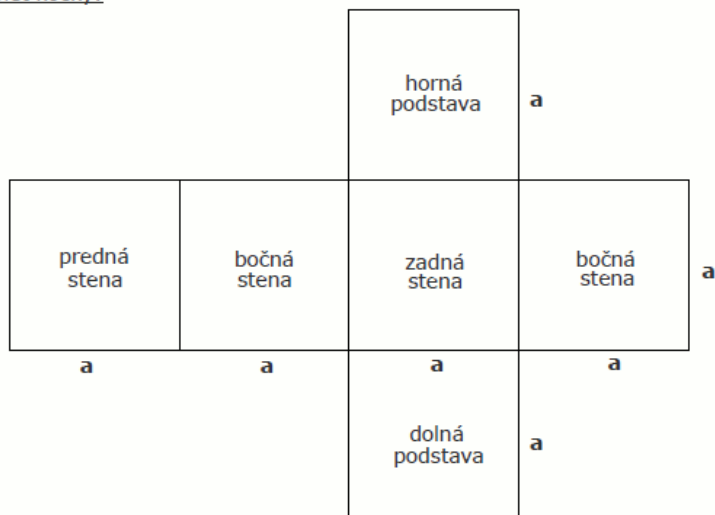
Kocka



Vlastnosti kocky:

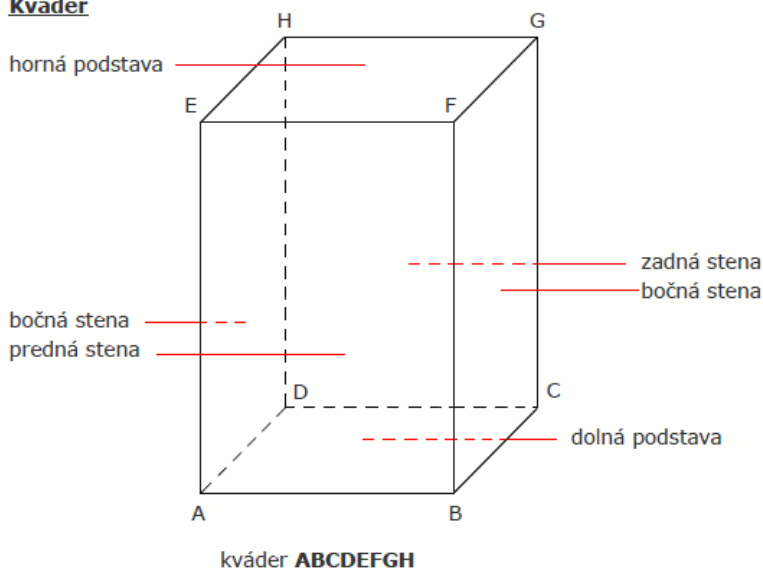
- je to priestorové teleso – zaberá priestor
- má **8** vrcholov – **A, B, C, D, E, F, G, H**
- má **6** stien:
 - dolná podstava **ABCD**
 - horná podstava **EFGH**
 - predná stena **ABFE**
 - zadná stena **DCGH**
 - **2** bočné steny: **BCGF** a **DAEH**
- všetky steny sú zhodné
- má **12** hrán: **AB, BC, CD, DA, EF, FG, GH, HE, AE, BF, CG, DH**
- všetky hrany sú zhodné
- skladá sa zo **6**-tich štvorcov

Sieť kocky:



- povrch označujeme **S** (je to plocha)
- obsah štvorca: **S = a · a**
- kocka sa skladá zo 6-tich štvorcov, teda povrch kocky: **S = 6 · a · a**
- povrch určujeme v jednotkách obsahu (**m²** – meter štvorcový) a jej odvodených jednotkách (**dm²** – decimeter štvorcový, **cm²** – centimeter štvorcový, **mm²** – milimeter štvorcový)
- objem označujeme **V**
- objem kocky je celý priestor vo vnútri kocky, teda objem kocky: **V = a · a · a**
- objem určujeme v jednotkách objemu (**m³** – meter kubický)

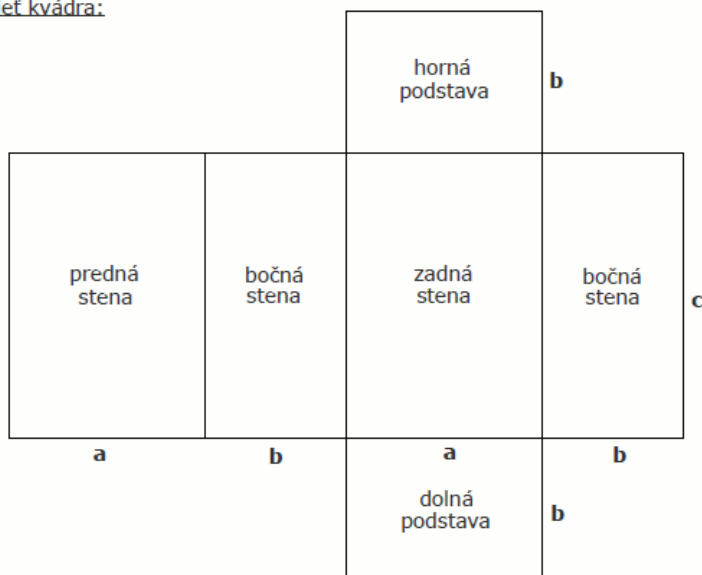
Kváder



Vlastnosti kvádra:

- je to priestorové teleso – zaberá priestor
- má **8** vrcholov – **A, B, C, D, E, F, G, H**
- má **6** stien: - dolná podstava **ABCD**
 - horná podstava **EFGH**
 - predná stena **ABFE**
 - zadná stena **DCGH**
 - **2** bočné steny: **BCGF** a **DAEH**
- má **3** dvojice zhodných stien:
 1. dvojica: dolná a horná podstava
 2. dvojica: predná a zadná stena
 3. dvojica: dve bočné steny
- má **12** hrán: **AB, BC, CD, DA, EF, FG, GH, HE, AE, BF, CG, DH**
- skladá sa z **3** dvojíc obdĺžnikov

Sieť kvádra:

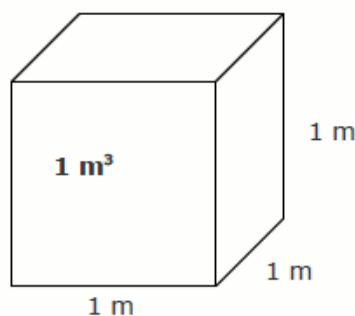


- obsah jednotlivých obdĺžnikov: $S = a \cdot b$ (dolná podstava, horná podstava)
 $S = a \cdot c$ (predná stena, zadná stena)
 $S = b \cdot c$ (bočná stena)
- kváder sa skladá z **3** dvojíc obdĺžnikov, teda povrch kvádra: $S = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c$
toto môžeme upraviť: $S = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$
- povrch určujeme v jednotkách obsahu (**m²** – meter štvorcový) a jej odvodených jednotkách (**dm²** – decimeter štvorcový, **cm²** – centimeter štvorcový, **mm²** – milimeter štvorcový)
- objem kvádra je celý priestor vo vnútri kvádra, teda objem kvádra: $V = a \cdot b \cdot c$
- objem určujeme v jednotkách objemu (**m³** – meter kubický)

Jednotky objemu a ich premena

Podobne ako jednotky obsahu, o ktorých sme hovorili v 5. ročníku, aj jednotky objemu sú odvodené od jednotiek dĺžky.

Základnou jednotkou objemu je meter kubický, zapisujeme **1 m³**. Kubický meter je objem kocky, ktorá má dĺžky hrán **1 m**.



väčšie jednotky: 1 km³ – objem kocky s hranou dlhou 1 km

menšie jednotky: 1 dm³ – objem kocky s hranou dlhou 1 dm

1 cm³ – objem kocky s hranou dlhou 1 cm

1 mm³ – objem kocky s hranou dlhou 1 mm

jednotky objemu z praxe: 1 liter – označujeme **1 l**;

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

1 hektoliter – označujeme **1 hl**;

$$1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$$

1 deciliter – označujeme **1 dl**;

$$1 \text{ dl} = 0,1 \text{ l};$$

$$1 \text{ l} = 10 \text{ dl}$$

1 centiliter – označujeme **1 cl**;

$$1 \text{ cl} = 0,01 \text{ l};$$

$$1 \text{ l} = 100 \text{ cl}$$

1 mililiter – označujeme **1 ml**;

$$1 \text{ ml} = 0,001 \text{ l};$$

$$1 \text{ l} = 1000 \text{ ml}$$

$$1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$$

Príklad č.1

Premeňte na jednotky uvedené v zátvorke:

$$8,7 \text{ m}^3 (\text{dm}^3)$$

$$523 \text{ dm}^3 (\text{m}^3)$$

$$1,45 \text{ km}^3 (\text{m}^3)$$

$$7 \text{ dm}^3 (\text{l})$$

$$75 \text{ l} (\text{hl})$$

Riešenie

$$8,7 \text{ m}^3 (\text{dm}^3) = 8,7 \cdot 1000 = 8700 \text{ dm}^3$$

$$523 \text{ dm}^3 (\text{m}^3) = 523 : 1000 = 0,523 \text{ m}^3$$

$$1,45 \text{ km}^3 (\text{m}^3) = 1,45 \cdot 1\,000\,000\,000 = 1\,450\,000\,000 \text{ m}^3$$

$$7 \text{ dm}^3 (\text{l}) = 7 \text{ l}$$

$$75 \text{ l} (\text{hl}) = 75 : 100 = 0,75 \text{ hl}$$

Povrch kocky

Teraz sa na konkrétnych príkladoch naučíme počítať povrch kocky.
Zopakujme si ešte vzorec na výpočet povrchu kocky: $S = 6 \cdot a \cdot a$.

Príklad č.1

Vypočítajte povrch kocky v m^2 , ktorá má dĺžku hrany $a = 38,5$ cm.

Riešenie

Zápis:

kocka

$$a = 38,5 \text{ cm}$$

$$S = ? [m^2]$$

$$S = 6 \cdot a \cdot a$$

$$S = 6 \cdot 38,5 \cdot 38,5$$

$$S = 8\,893,5 \text{ cm}^2$$

$$8\,893,5 \text{ cm}^2 (m^2) = 8\,893,5 : 10\,000 = 0,88935 \text{ m}^2$$

Povrch kocky je $0,88935 \text{ m}^2$.

Objem kocky

Teraz sa na konkrétnych príkladoch naučíme počítať objem kocky.
Zopakujme si ešte vzorec na výpočet objemu kocky: $V = a \cdot a \cdot a$.

Príklad č.1

Vypočítajte objem kocky, ktorej hrana má dĺžku $3,6$ dm.

Riešenie

Zápis:

kocka

$$a = 3,6 \text{ dm}$$

$$V = ? [dm^3]$$

$$V = a \cdot a \cdot a$$

$$V = 3,6 \cdot 3,6 \cdot 3,6$$

$$V = 46,656 \text{ dm}^3$$

Objem kocky je $46,656 \text{ dm}^3$.

Povrch kvádra

Teraz sa na konkrétnych príkladoch naučíme počítať povrch kvádra.

Zopakujme si ešte vzorec na výpočet povrchu kvádra: $S = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$.

Príklad č.1

Vypočítajte povrch kvádra, ktorý má rozmery: $a = 7,5$ m; $b = 60$ dm; $c = 4$ m.

Riešenie

Zápis:

kváder

$a = 7,5$ m

$b = 60$ dm (m) = 6 m

$c = 4$ m

$S = ?$ [m²]

$S = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$

$S = 2 \cdot (7,5 \cdot 6 + 6 \cdot 4 + 7,5 \cdot 4)$

$S = 2 \cdot (45 + 24 + 30)$

$S = 2 \cdot 99$

$S = 198$ m²

Povrch kvádra je 198 m².

Objem kvádra

Teraz sa na konkrétnych príkladoch naučíme počítať objem kvádra.

Zopakujme si ešte vzorec na výpočet objemu kvádra: $V = a \cdot b \cdot c$.

Príklad č.1

Vypočítajte objem kvádra v litroch, ktorý má rozmery: $a = 6$ dm; $b = 60$ cm; $c = 0,8$ m.

Riešenie

Zápis:

kváder

$a = 6$ dm

$b = 60$ cm (dm) = 6 dm

$c = 0,8$ m (dm) = 8 dm

$V = ?$ [dm³]

$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 6 \cdot 6 \cdot 8$

$V = 288$ dm³ (l) = 288 l

Objem kvádra je 288 l.

Slovné úlohy

Podstata riešenia slovných úloh spočíva v poriadnom a pozornom prečítaní si textu zadania úlohy. Potom si urobíme zápis úlohy, vypočítame úlohu a napíšeme stručnú odpoveď.

Príklad č.1

Koľko kusov mydla s rozmermi 125 mm, 55 mm a 4 cm sa zmestí do škatule s rozmermi 56 cm, 55 cm a 25 cm?

Riešenie

Zápis:

mydlo – kváder ABCDEFGH

$$a = 125 \text{ mm}$$

$$b = 55 \text{ mm}$$

$$c = 4 \text{ cm (mm)} = 40 \text{ mm}$$

$$V_m = ? [\text{mm}^3]$$

$$V_m = a \cdot b \cdot c$$

$$V_m = 125 \cdot 55 \cdot 40$$

$$V_m = 275\,000 \text{ mm}^3 (\text{cm}^3) = 275\,000 : 1000 = 275 \text{ cm}^3$$

$$V_s : V_m = \underline{77\,000} : 275 = 280$$

$$\begin{array}{r} -550 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2200 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2200 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0000 \end{array}$$

škatuľa – kváder KLMNOPRS

$$k = 56 \text{ cm}$$

$$l = 55 \text{ cm}$$

$$m = 25 \text{ cm}$$

$$V_s = ? [\text{cm}^3]$$

$$V_s = k \cdot l \cdot m$$

$$V_s = 56 \cdot 55 \cdot 25$$

$$V_s = 77\,000 \text{ cm}^3$$

Do škatule sa zmestí 280 mydiel.

Deliteľnosť prirodzených čísel

Vymenujeme si niekoľko vlastností prirodzených čísel, ktoré sa týkajú ich deliteľnosti:

Každé prirodzené číslo má prvý násobok.

Každé prirodzené číslo má nekonečne veľa násobkov.

Ak si zoberieme napríklad číslo 3, tak prvým násobkom je číslo 3 a ďalšie násobky sú: 6, 9, 12, 15, 18, 21, atď.

Každý násobok nuly je nula.

Každé prirodzené číslo je deliteľné jednotkou a samým sebou.

Každé prirodzené číslo má určitý počet deliteľov.

Napríklad číslo 18 má tieto delitele: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

Prvočíslo je číslo, ktoré je deliteľné iba číslom 1 a samým sebou. Prvočísla do 20 sú: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

Zložené číslo je číslo, ktoré nie je prvočíslo, t.j. má viac ako dvoch deliteľov.

Napríklad: delitelia čísla 6: 1, 2, 3, 6

delitelia čísla 4: 1, 2, 4.

Príklad č.1

Určte číslo, ktorého päťnásobok je 100.

Riešenie

$$5 \cdot x = 100$$

$$x = 100 : 5$$

$$x = 20$$

Skúška

$$5 \cdot 20 = 100$$

$$100 = 100$$

Znaky deliteľnosti

Postupne si ukážeme, kedy je číslo deliteľné číslom 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10. Veľmi nám to uľahčí riešenie úloh bez použitia delenia.

Číslo je deliteľné **dvomi** ak na konci čísla (na mieste jednotiek) je **0, 2, 4, 6, 8**. Čiže všetky párne čísla sú deliteľné dvomi.

Číslo je deliteľné **tromi** ak ciferný súčet čísla je deliteľný tromi (súčet všetkých číslic je deliteľný tromi).

Číslo je deliteľné **štyrmi** ak posledné dvojčíslicie daného čísla je deliteľné štyrmi.

Číslo je deliteľné **piatimi** ak na konci čísla (na mieste jednotiek) je **0** alebo **5**.

Číslo je deliteľné **šiestimi** ak je číslo deliteľné dvomi a tromi súčasne (je deliteľné dvomi aj tromi).

Číslo je deliteľné **deviatimi** ak ciferný súčet je deliteľný deviatimi (súčet všetkých číslic je deliteľný deviatimi).

Číslo je deliteľné **desiatimi** ak na konci čísla (na mieste jednotiek) je **0**.

Príklad č.1

Je dané číslo 3504. Zistite, ktorými z čísel 2, 3, 4, 5, 9, 10 je toto číslo deliteľné.

Riešenie

2 – deliteľné

3504: 4 (posledná cifra) je deliteľné **dvomi**

3 – deliteľné

3504: $3 + 5 + 0 + 4 = 12$. Číslo 12 (ciferný súčet) je deliteľné **tromi**.

4 – deliteľné

3504: 04 (posledné dvojčísle) je deliteľné **štyrmi**.

5 – nie je deliteľné

3504: na konci nie je **0** ani **5**.

9 – nie je deliteľné

3504: $3 + 5 + 0 + 4 = 12$. Číslo 12 (ciferný súčet) nie je deliteľné **deviatimi**.

10 – nie je deliteľné

3504: na konci nie je **0**.

Číslo 3504 je deliteľné **2, 3, 4** a nie je deliteľné **5, 9, 10**.

Prvočíselný rozklad zloženého čísla

Zložené číslo je číslo, ktoré má viac ako dva delitele. Každé zložené číslo vieme rozložiť na súčin prvočísel.

Naučili sme sa, že **prvočíslo** je číslo, ktoré je deliteľné iba jednotkou a samým sebou. **Prvočíselný rozklad** je rozklad zloženého čísla na súčin prvočísel.

Príklad č.1

Číslo 198 rozložte na súčin prvočísel.

Riešenie

výsledky delenia	prvočísla
198	2
99	3
33	3
11	11
1	

$$198 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$$

Násobok a najmenší spoločný násobok

Vieme, že každé číslo má prvý násobok a nekonečne veľa násobkov. Teraz sa naučíme nájsť **najmenší spoločný násobok** dvoch alebo viac čísel. V matematike najmenší spoločný násobok označujeme **n**.

Existujú dve metódy riešenia. Obe si ukážeme na konkrétnych príkladoch.

Príklad č.1

Určte najmenší spoločný násobok čísel 8 a 12.

Riešenie

1. spôsob

násobky čísla **8**: 8, 16, **24**, 32, 40, 48, 56, ...

násobky čísla **12**: 12, **24**, 36, 48, ...

Číslo **24** je najmenším spoločným násobkom čísel 8 a 12.

Môžeme to zapísať aj takto: $n(8, 12) = 24$

2. spôsob

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

8	2
4	2
2	2
1	

12	2
6	2
3	3
1	

$$n(8, 12) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$$

Číslo **24** je najmenším spoločným násobkom čísel 8 a 12.

Deliteľ a najväčší spoločný deliteľ

Každé číslo má aspoň dvoch deliteľov – číslo 1 a seba samé. Čísla, ktoré majú okrem čísla 1 aspoň jedného **spoločného deliteľa** nazývame **súdeliteľné**.

Čísla, ktoré okrem čísla 1 nemajú žiadneho **spoločného deliteľa** nazývame **nesúdeliteľné**.

Najväčší spoločný deliteľ nesúdeliteľných čísel je číslo 1.

Najväčšieho spoločného deliteľa v matematike označujeme **D**.

Príklad č.1

Nájdite najväčšieho spoločného deliteľa čísel 54 a 72.

Riešenie

1. spôsob

delitele čísla **54**: 1, 2, 3, 6, 9, **18**, 27, 54

delitele čísla **72**: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, **18**, 24, 36, 72

Najväčším spoločným deliteľom čísel 54 a 72 je číslo **18**.

Môžeme to zapísať aj takto: $D(54, 72) = 18$

2. spôsob

54	2	72	2
27	3	36	2
9	3	18	2
3	3	9	3
1		3	3
		1	

$$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$D(54, 72) = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$$

Číslo **18** je najväčším spoločným deliteľom čísel 54 a 72.

Slovné úlohy

Príklad č.1

Najviac koľko kytíc môžeme zviazať z 84 červených a 60 bielych ruží, ak každá kytica má mať rovnaký počet ruží jednotlivé farby? Koľko ktorých ruží bude v jednej kytici?

Riešenie

červené ruže	84 kusov
biele ruže	60 kusov
počet kytíc	?
počet červených a bielych ruží v jednej kytici	?

84		2		60		2
42		2		30		2
21		3		15		3
7		7		5		5
1				1		

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$D(84, 60) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

Z daných kvetov môžeme najviac zviazať **12** kytíc.

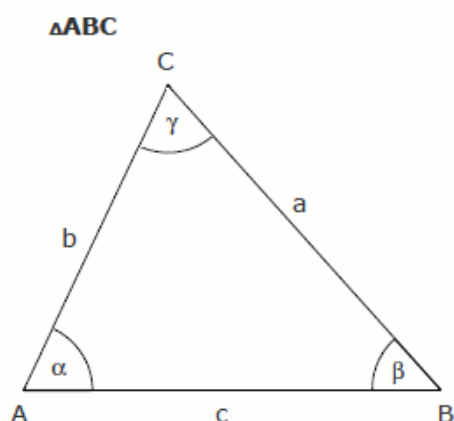
v jednej kytici: červených ruží: $84 : 12 = 7$ kusov

bielych ruží: $60 : 12 = 5$ kusov

V jednej kytici bude **7** červených a **5** bielych ruží.

Trojuholník

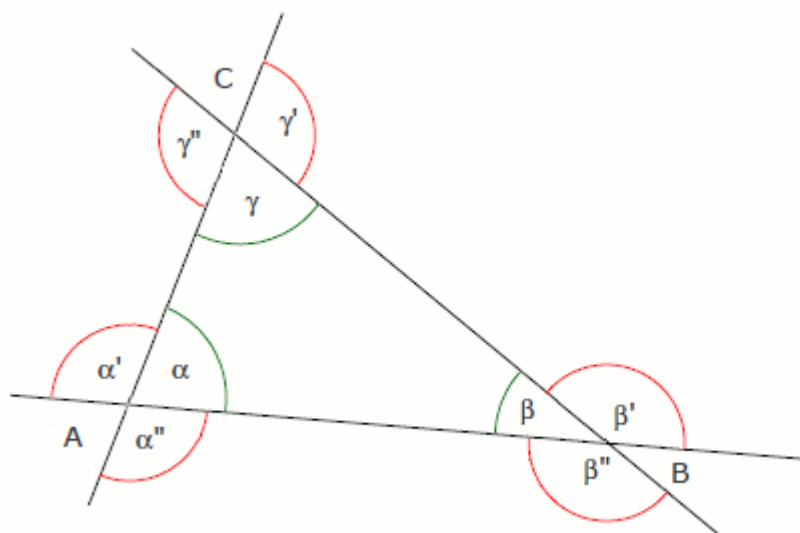
Trojuholník je rovinný útvar.



Vlastnosti trojuholníka:

- má **3** vrcholy: **A, B, C**
- má **3** strany: **a, b, c**
 - strana **a** leží oproti vrcholu **A**
 - strana **b** leží oproti vrcholu **B**
 - strana **c** leží oproti vrcholu **C**
 - (strany vždy ležia oproti svojim príslušným vrcholom)
- má **3** vnútorné uhly: α, β, γ
- pre každý trojuholník platí: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
(súčet vnútorných uhlov trojuholníka je vždy 180°)

Vnútorné a vonkajšie uhly trojuholníka

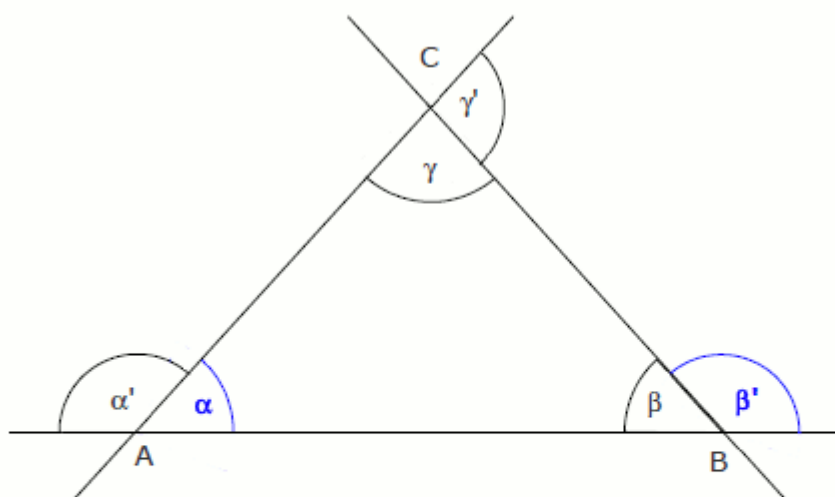


- α, β, γ - vnútorné uhly trojuholníka
- susedné uhly k vnútorným uhlom trojuholníka nazývame **vonkajšie uhly** trojuholníka:
 - susedné uhly k uhlu α : α', α''
 - susedné uhly k uhlu β : β', β''
 - susedné uhly k uhlu γ : γ', γ''
- **súčet vonkajšieho a vnútorného uhla pri tom istom vrchole je 180° :**
 - $\alpha + \alpha' = 180^\circ$ $\alpha + \alpha'' = 180^\circ$
 - $\beta + \beta' = 180^\circ$ $\beta + \beta'' = 180^\circ$
 - $\gamma + \gamma' = 180^\circ$ $\gamma + \gamma'' = 180^\circ$
- pri každom vrchole sú dva vonkajšie uhly
- vonkajšie uhly pri tom istom vrchole sú vrcholové uhly, a preto sú zhodné:
 - $\alpha' \cong \alpha'', \quad \beta' \cong \beta'', \quad \gamma' \cong \gamma''$

Príklad č.1

Vypočítajte všetky zvyšné vnútorné a vonkajšie uhly $\triangle ABC$ ak je dané: $\alpha = 45^\circ 36'$, $\beta' = 129^\circ 28'$.

Riešenie



$$\alpha = 45^{\circ}36'$$

$$\beta' = 129^{\circ}28'$$

$$\beta + \beta' = 180^{\circ}$$

$$\beta + 129^{\circ}28' = 180^{\circ}$$

$$\beta = 180^{\circ} - 129^{\circ}28' \quad 179^{\circ}60'$$

$$\beta = 179^{\circ}60' - 129^{\circ}28' \quad \underline{-129^{\circ}28'}$$

$$\beta = 50^{\circ}32' \quad 50^{\circ}32'$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$$

$$45^{\circ}36' + 50^{\circ}32' + \gamma = 180^{\circ}$$

$$\gamma = 180^{\circ} - 45^{\circ}36' - 50^{\circ}32' \quad 179^{\circ}60' \quad 133^{\circ}84'$$

$$\gamma = 179^{\circ}60' - 45^{\circ}36' - 50^{\circ}32' \quad \underline{-45^{\circ}36'} \quad \underline{-50^{\circ}32'}$$

$$\gamma = 134^{\circ}24' - 50^{\circ}32' \quad 134^{\circ}24' \quad 83^{\circ}52'$$

$$\gamma = 133^{\circ}84' - 50^{\circ}32'$$

$$\gamma = 83^{\circ}52'$$

$$\alpha + \alpha' = 180^{\circ}$$

$$45^{\circ}36' + \alpha' = 180^{\circ} \quad 179^{\circ}60'$$

$$\alpha' = 180^{\circ} - 45^{\circ}36' \quad \underline{-45^{\circ}36'}$$

$$\alpha' = 179^{\circ}60' - 45^{\circ}36' \quad 134^{\circ}24'$$

$$\alpha' = 134^{\circ}24'$$

$$\gamma + \gamma' = 180^{\circ}$$

$$83^{\circ}52' + \gamma' = 180^{\circ} \quad 179^{\circ}60'$$

$$\gamma' = 180^{\circ} - 83^{\circ}52' \quad \underline{-83^{\circ}52'}$$

$$\gamma' = 179^{\circ}60' - 83^{\circ}52' \quad 96^{\circ}08'$$

$$\gamma' = 96^{\circ}08'$$

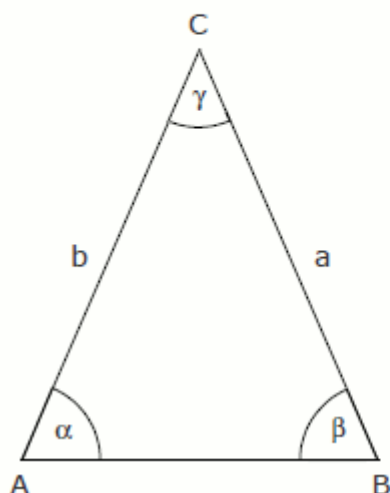
Rovnoramenný trojuholník

Trojuholník ktorého **všetky strany sú rôzne** sa nazýva **rôznostranný** trojuholník.

Trojuholník ktorého **dve strany sú zhodné** sa nazýva **rovnoramenný** trojuholník.

Trojuholník ktorého **všetky strany sú zhodné** sa nazýva **rovnostranný** trojuholník.

V tejto časti sa podrobnejšie budeme venovať **rovnoramennému** trojuholníku.



Vlastnosti rovnoramenného trojuholníka:

- je to rovinný útvar
- má 3 vrcholy: **A, B, C**: **C** – hlavný vrchol (temeno Δ)
- má 3 strany: **AB** – základňa
AC, BC – ramená
- má 3 vnútorné uhly: α, β, γ : $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
- uhly pri základni sú zhodné: $\alpha \cong \beta$
- obvod: $O = a + b + c$
keďže $a \cong b$, tak pre rovnoramenný Δ platí: $O = 2 \cdot a + c$

Príklad č.1

Vypočítajte dĺžku základne rovnoramenného ΔABC , ak rameno $a = 5$ cm a jeho obvod je 13 cm.

Riešenie

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$O = 13 \text{ cm}$$

$$c = ? [\text{cm}]$$

$$O = 2 \cdot a + c$$

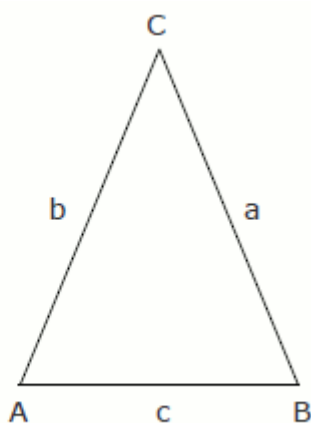
$$13 = 2 \cdot 5 + c$$

$$13 = 10 + c$$

$$13 - 10 = c$$

$$3 = c$$

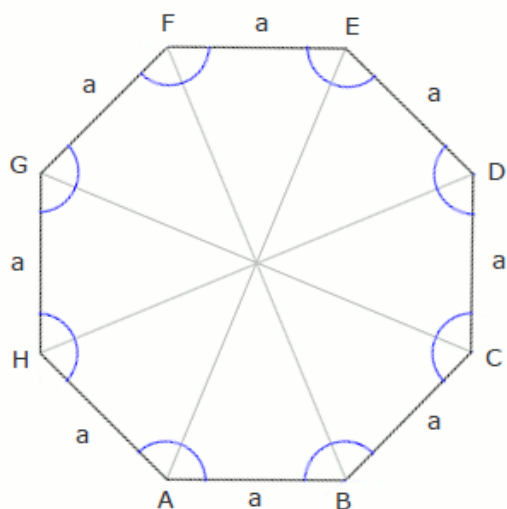
$$c = 3 \text{ cm}$$



Dĺžka základne rovnoramenného trojuholníka je **3 cm**.

Pravidelný osemuholník

Pravidelný osemuholník je rovinný útvar, ktorý sa skladá z ôsmich **rovnoramenných** trojuholníkov.



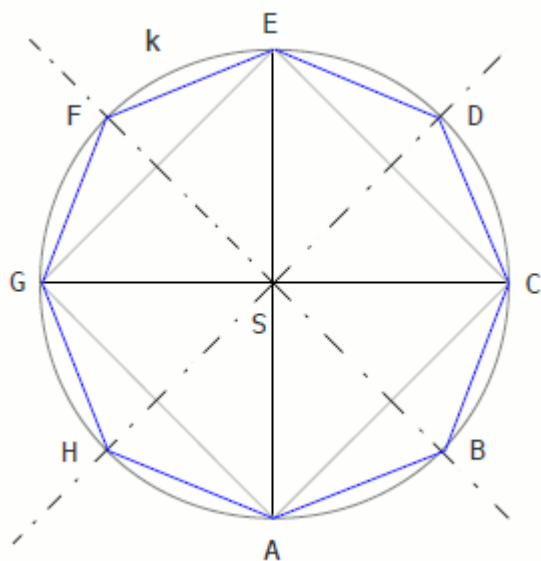
Vlastnosti pravidelného osemuholníka:

- je to rovinný útvar
- má **8 vrcholov**: **A, B, C, D, E, F, G, H**
- má **8 zhodných strán** – je pravidelný
- má **8 zhodných vnútorných uhlov** (každý má veľkosť **135°**)
- tvorí ho **8 zhodných rovnoramenných trojuholníkov**
- má obvod: **$O = 8 \cdot a$**

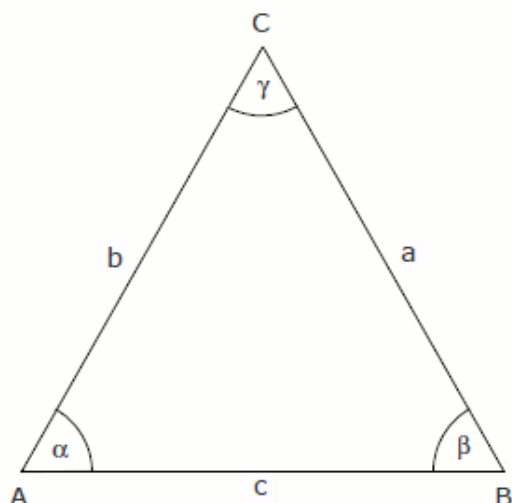
Príklad č.1

Zostrojte pravidelný osemuholník **ABCDEFGH** vpísaný do kružnice **k(S; 3 cm)**.

Riešenie



Rovnostranný trojuholník



Vlastnosti rovnostranného trojuholníka:

- je to rovinný útvar
- má **3 vrcholy**: **A, B, C**
- má **3 zhodné strany**: **$a \equiv b \equiv c$**
- má **3 zhodné vnútorné uhly**: **$\alpha \equiv \beta \equiv \gamma$**
platí: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
ak platí $\alpha \equiv \beta \equiv \gamma$, potom: **$\alpha = 60^\circ$**
 $\beta = 60^\circ$
 $\gamma = 60^\circ$
- má obvod: **$O = a + b + c$**
ak platí **$a \equiv b \equiv c$** , potom: **$O = 3 \cdot a = 3 \cdot b = 3 \cdot c$**

Príklad č.1

Daný je rovnostranný trojuholník **ABC** so stranou dĺžky 5,7 cm. Vypočítajte obvod tohto trojuholníka.

Riešenie

rovnostranný **$\triangle ABC$**

$$\underline{a = b = c = 5,7 \text{ cm}}$$

$$O = ? [\text{cm}]$$

$$O = 3 \cdot a$$

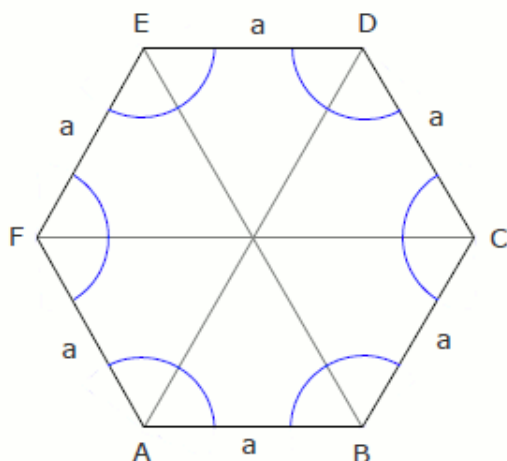
$$O = 3 \cdot 5,7$$

$$O = 17,1 \text{ cm}$$

Obvod rovnostranného trojuholníka **ABC** je 17,1 cm.

Pravidelný šesťuholník

Pravidelný šesťuholník sa skladá zo šiestich **rovnostranných** trojuholníkov.



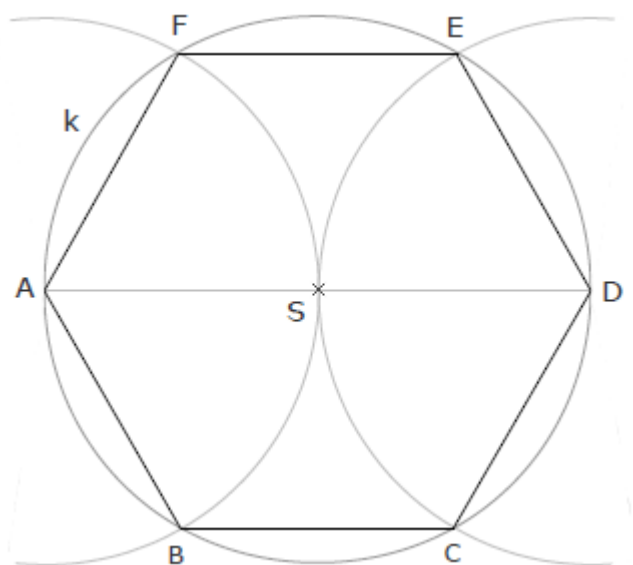
Vlastnosti pravidelného šesťuholníka:

- je to rovinný útvar
- má **6 vrcholov**: **A, B, C, D, E, F**
- má **6 zhodných strán** (je pravidelný)
- má **6 zhodných vnútorných uhlov**
(každý má veľkosť **120°**)
- tvorí ho **6 zhodných rovnostranných trojuholníkov**
- má obvod: **$O = 6 \cdot a$**

Príklad č.1

Zostrojte pravidelný šesťuholník **ABCDEF** vpísaný do kružnice **k(S; 3,5 cm)**.

Riešenie



Konštrukcia trojuholníka s použitím vety sss

V tejto časti sa naučíme zostrojavať rôzne trojuholníky pomocou postupov, ktoré budeme potrebovať pri konštrukciách aj vo vyšších ročníkoch. Postupy sa naučíme zapisovať skrátené matematickou symbolikou.

Každý príklad obsahuje tieto základné časti: **zápis**, **náčrt**, **podmienky**, **postup**, **konštrukcia**, **skúška** a **záver**.

Trojuholníková nerovnosť: pri konštrukcii **sss** musí byť dĺžka každej strany zostrojovaného trojuholníka menšia ako súčet dĺžok zvyšných dvoch strán a súčasne väčšia ako rozdiel ich dĺžok.

Na základe trojuholníkovej nerovnosti môžeme povedať, že v trojuholníku musí aj najdlhšia strana byť menšia ako súčet ostatných dvoch strán a aj najkratšia strana musí byť dlhšia ako rozdiel ostatných dvoch strán. Túto skutočnosť budeme využívať pri zisťovaní **podmienky** či je možné daný trojuholník zostrojiť.

Príklad č.1

Zostrojte $\triangle ABC$ ak sú dané dĺžky jeho strán: $a = 5$ cm

$b = 4$ cm

$c = 6$ cm

Riešenie

Zápis:

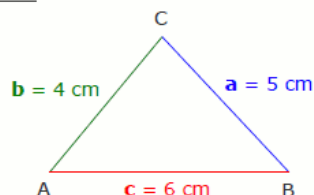
Dané: $a = 5$ cm - strana (**s**)

$b = 4$ cm - strana (**s**)

$c = 6$ cm - strana (**s**)

Úloha: zostrojíte $\triangle ABC$

Náčrt:



Podmienky:

musí platiť trojuholníková nerovnosť:

$$c < a + b$$

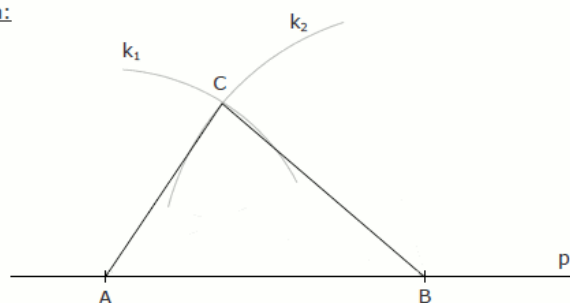
$$6 < 5 + 4$$

$6 < 9$ - trojuholníková nerovnosť platí, $\triangle ABC$ sa dá zostrojiť

Postup:

1. **p**
2. **AB**; $|AB| = 6$ cm
3. k_1 ; $k_1(A, 4$ cm)
4. k_2 ; $k_2(B, 5$ cm)
5. **C**; $C \in k_1 \cap k_2$
6. $\triangle ABC$

Konštrukcia:



Skúška: strany $\triangle ABC$ majú dané dĺžky.

Záver: v danej polrovine existuje jediné riešenie.

Konštrukcia trojuholníka s použitím vety *sus*

Konštrukcia trojuholníka pomocou vety **sus** sa používa vtedy, ak sú daná **dve strany trojuholníka a uhol, ktorý tieto dve strany zvierajú**.

Pri konštrukcii musí byť splnená podmienka, že **veľkosť tohto uhla musí byť menšia ako 180°** .

Príklad č.1

Zostrojte $\triangle ABC$ ak je dané: $b = 6\text{ cm}$; $c = 5\text{ cm}$; $\alpha = 60^\circ$.

Riešenie

Zápis:

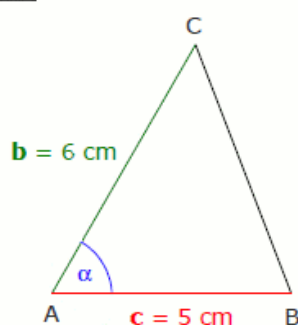
Dané: $b = 6\text{ cm}$ - strana (**s**)

$\alpha = 60^\circ$ - uhol (**u**)

$c = 5\text{ cm}$ - strana (**s**)

Úloha: zostrojíte $\triangle ABC$

Náčrt:



Podmienky:

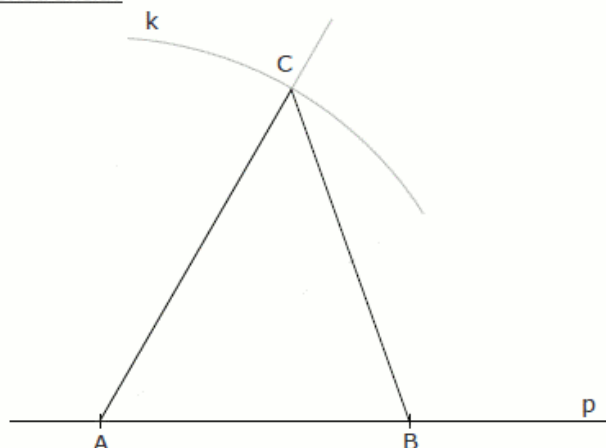
$$\alpha < 180^\circ$$

$60^\circ < 180^\circ$ - platí, $\triangle ABC$ sa dá zostrojiť

Postup:

1. **p**
2. **AB**; $|AB| = 5\text{ cm}$
3. **k**; $k(A, 6\text{ cm})$
4. $\sphericalangle BAX$; $|\sphericalangle BAX| = 60^\circ$
5. **C**; $C \in k \cap \overrightarrow{AX}$
6. **$\triangle ABC$**

Konštrukcia:



Skúška: strany **b**, **c** a uhol α $\triangle ABC$ majú dané veľkosti.

Záver: v danej polrovine existuje jediné riešenie.

Konštrukcia trojuholníka s použitím vety *usu*

Konštrukcia trojuholníka pomocou vety **usu** sa používa vtedy, ak je daná **jedna strana trojuholníka** a **dva uhly k nej príľahlé**.

Pri konštrukcii musí byť splnená podmienka, že **súčet veľkostí daných uhlov musí byť menší ako 180°** .

Príklad č.1

Zostrojte $\triangle ABC$ ak je dané: $a = 6 \text{ cm}$; $\beta = 45^\circ$; $\gamma = 60^\circ$.

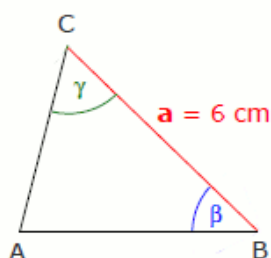
Riešenie

Zápis:

Dané: $\beta = 45^\circ$ - uhol (**u**)
 $a = 6 \text{ cm}$ - strana (**s**)
 $\gamma = 60^\circ$ - uhol (**u**)

Úloha: zostrojiť $\triangle ABC$

Náčrt:



Podmienky:

$$\beta + \gamma < 180^\circ$$

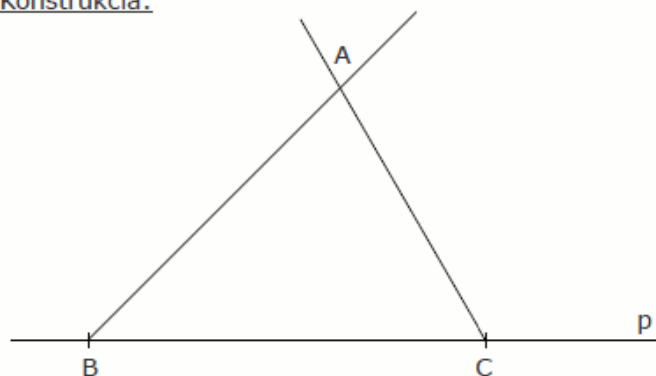
$$45^\circ + 60^\circ < 180^\circ$$

$$105^\circ < 180^\circ \text{ - platí, } \triangle ABC \text{ sa dá zostrojiť}$$

Postup:

1. **p**
2. **BC**; $|BC| = 6 \text{ cm}$
3. $\sphericalangle CBX$; $|\sphericalangle CBX| = 45^\circ$
4. $\sphericalangle BCY$; $|\sphericalangle BCY| = 60^\circ$
5. **A**; $A \in \overrightarrow{BX} \cap \overrightarrow{CY}$
6. **$\triangle ABC$**

Konštrukcia:



Skúška: strana **a** a uhly β , γ $\triangle ABC$ majú dané veľkosti.

Záver: v danej polrovine existuje jediné riešenie.

Kružnica opísaná trojuholníku

Každému trojuholníku možno opísať kružnicu. Každá kružnica je daná stredom a polomerom. Našou úlohou teda bude nájsť stred opísanej kružnice a určiť polomer tejto kružnice.

Stred opísanej kružnice nájdeme tak, že zostrojíme aspoň dve osi strán trojuholníka, a ich priesečník bude stred opísanej kružnice.

Polomer je určený vzdialenosťou $SA = SB = SC$, pretože opísaná kružnica prechádza všetkými vrcholmi trojuholníka.

Príklad č.1

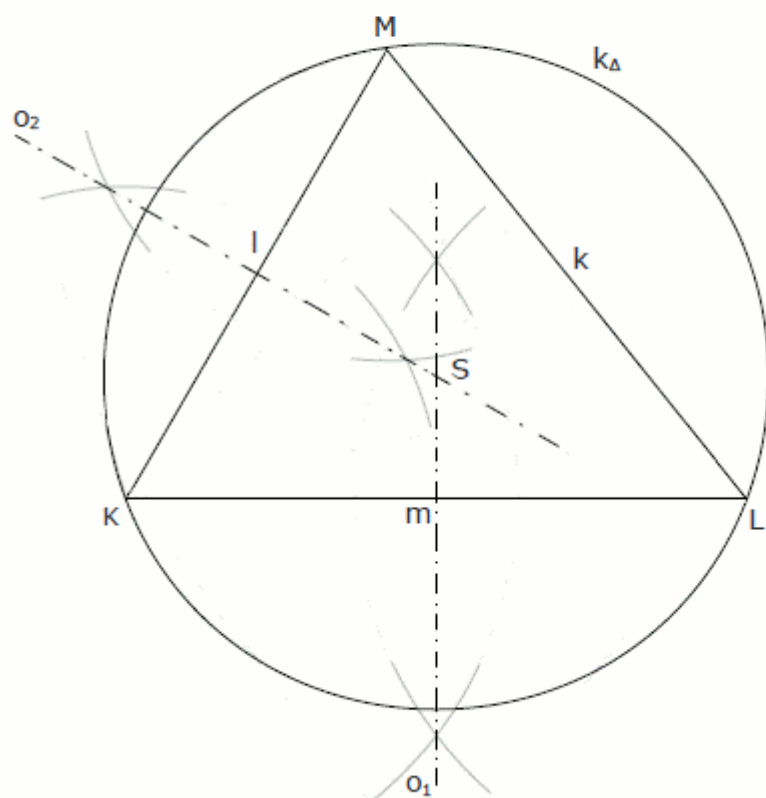
Daný je ľubovoľný $\triangle KLM$. Zostrojte opísanú kružnicu trojuholníku KLM .

Riešenie

Postup:

1. $\triangle KLM$
2. o_1 – os strany m
3. o_2 – os strany l
4. S – stred opísanej kružnice
5. k_Δ – kružnica opísaná $\triangle KLM$

Konštrukcia:



Skúška: kružnica opísaná $\triangle KLM$ prechádza všetkými vrcholmi $\triangle KLM$.

Kružnica vpísaná trojuholníku

Každému trojuholníku možno vpísať kružnicu. Každá kružnica je daná stredom a polomerom. Našou úlohou teda bude nájsť stred vpísanej kružnice a určiť polomer tejto kružnice.

Stred vpísanej kružnice nájdeme tak, že zostrojíme aspoň dve osi vnútorných uhlov trojuholníka, a ich priesečník bude stred vpísanej kružnice.

Polomer nájdeme tak, že zostrojíme kolmicu zo stredu **S** na ľubovoľnú stranu trojuholníka. Vpísaná kružnica sa musí zvnútra dotýkať všetkých troch strán trojuholníka.

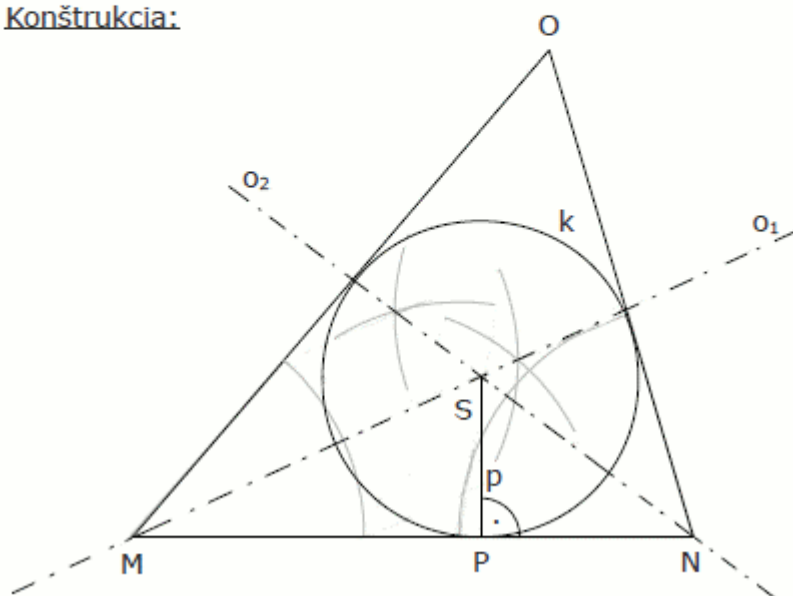
Príklad č.1

Daný je ľubovoľný $\triangle MNO$. Zostrojte vpísanú kružnicu trojuholníku **MNO**. **Riešenie**

Postup:

1. $\triangle MNO$
2. o_1 – os uhla $\sphericalangle OMN$
3. o_2 – os uhla $\sphericalangle MNO$
4. **S** – stred vpísanej kružnice
5. **p**; $p \perp MN$
6. **P**; $P \in p \cap MN$
7. **k** – kružnica vpísaná $\triangle MNO$

Konštrukcia:



Skúška: kružnica **k** sa zvnútra dotýka všetkých strán $\triangle MNO$.

Výška trojuholníka

Výška je kolmica medzi dvomi rovnobežkami.

Každý trojuholník má tri výšky. Trojuholník **ABC** má výšky:

v_a – výška na stranu **a**: je to kolmica na stranu **a** z vrchola **A**

v_b – výška na stranu **b**: je to kolmica na stranu **b** z vrchola **B**

v_c – výška na stranu **c**: je to kolmica na stranu **c** z vrchola **C**

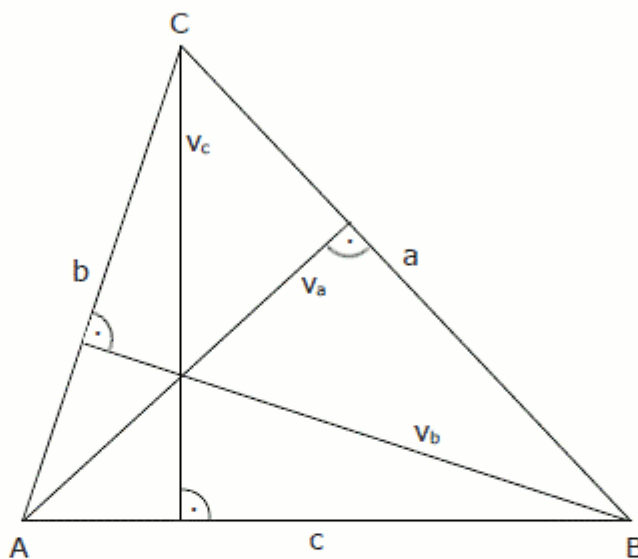
Priesečník výšok nazývame **ortocentrum**.

V **ostrouhlom** trojuholníku leží ortocentrum **vo vnútri trojuholníka**; v **pravouhlom** trojuholníku leží ortocentrum **vo vrchole pravého uhla**; v **tupouhlom** trojuholníku leží ortocentrum **mimo trojuholníka**.

Príklad č.1

Je daný je ľubovoľný ostrouhlý trojuholník. Zostrojte výšky v tomto trojuholníku a vyznačte ortocentrum.

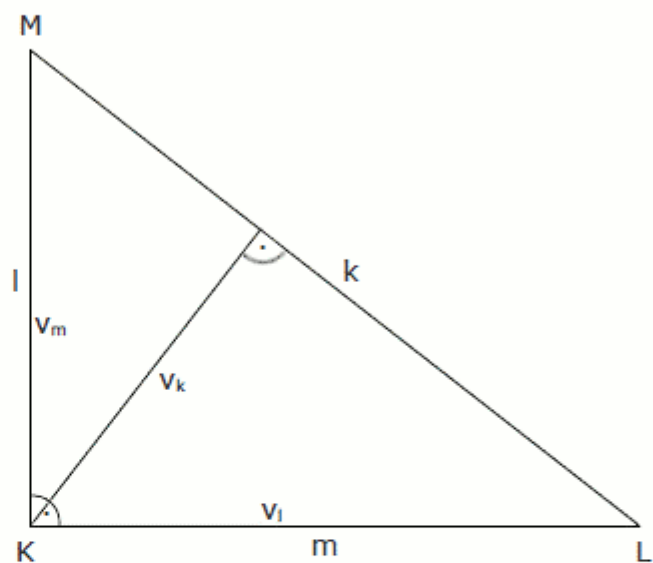
Riešenie



Príklad č.2

Je daný je ľubovoľný pravouhlý trojuholník. Zostrojte výšky v tomto trojuholníku a vyznačte ortocentrum.

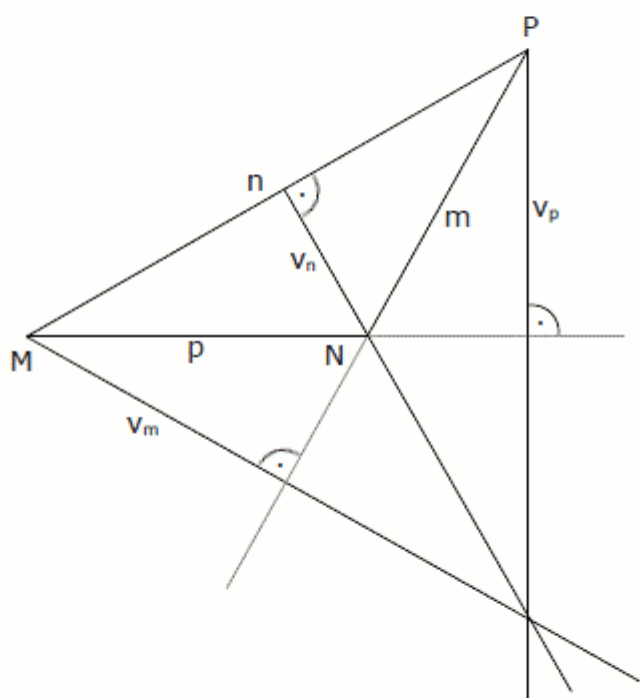
Riešenie



Príklad č.3

Je daný je ľubovoľný tupouhlý trojuholník. Zostrojte výšky v tomto trojuholníku a vyznačte ortocentrum.

Riešenie



Konštrukcia trojuholníka pomocou výšky

Trojuholník nemusíme zostrojavať len z jeho strán a uhlov. Môžeme ho zostrojiť aj z jeho iných prvkov, napríklad pomocou výšky.

Pri konštrukcii trojuholníka pomocou výšky budeme využívať vlastnosť výšky.

Príklad č.1

Zostrojte $\triangle ABC$ ak je dané: $a = 6$ cm; $v_a = 5$ cm; $\gamma = 60^\circ$.

Riešenie

Zápis:

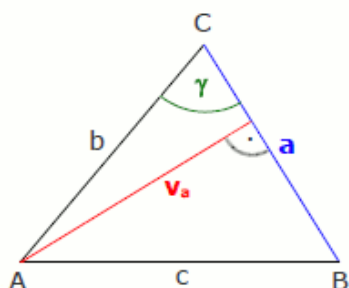
Dané: $a = 6$ cm

$v_a = 5$ cm

$\gamma = 60^\circ$

Úloha: zostrojiť $\triangle ABC$

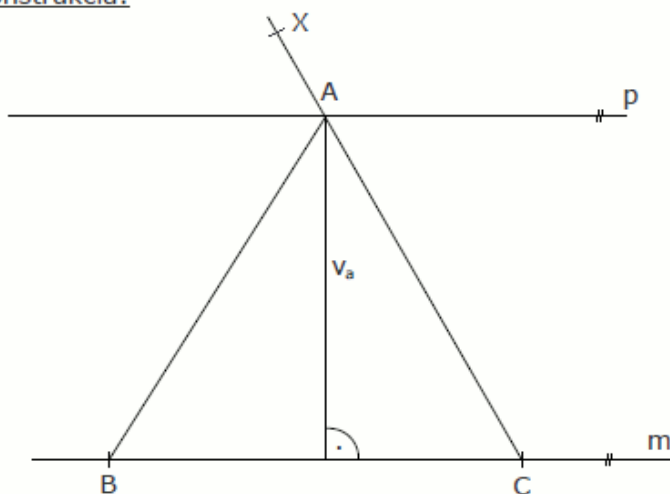
Náčrt:



Postup:

1. m
2. BC ; $|BC| = 6$ cm
3. $\sphericalangle BCX$; $|\sphericalangle BCX| = 60^\circ$
4. p ; $p \parallel m \wedge |p, m| = 5$ cm
5. A ; $A \in \overrightarrow{CX} \cap p$
6. $\triangle ABC$

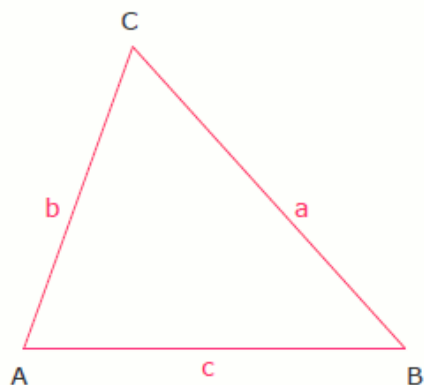
Konštrukcia:



Skúška: zadané prvky $\triangle ABC$ majú dané veľkosti.

Záver: v danej polrovine existuje jediné riešenie.

Obvod trojuholníka



Podobne ako pri iných rovinných útvaroch aj pri trojuholníku vieme určiť dve veličiny: jeho **obvod** a **obsah**.

Obvod trojuholníka sa rovná súčtu dĺžok jeho strán. Ak máme rovnoramenný alebo rovnostranný trojuholník, vieme si základný vzorec upraviť na základe vlastností daného trojuholníka (môžeme si ho zjednodušiť), to sme si už ukázali.

Základný vzorec na výpočet obvodu trojuholníka je:

$$O = a + b + c$$

Obvod určujeme v jednotkách dĺžky.

Príklad č.1

Daný je $\triangle KLM$, ktorý má dĺžky strán: $k = 4,8$ cm; $l = 53$ mm; $m = 0,28$ dm.
Vypočítajte obvod trojuholníka **KLM** v cm.

Riešenie

trojuholník **KLM**

$$k = 4,8 \text{ cm}$$

$$l = 53 \text{ mm} = 5,3 \text{ cm}$$

$$m = 0,28 \text{ dm} = 2,8 \text{ cm}$$

$$O = ? [\text{cm}]$$

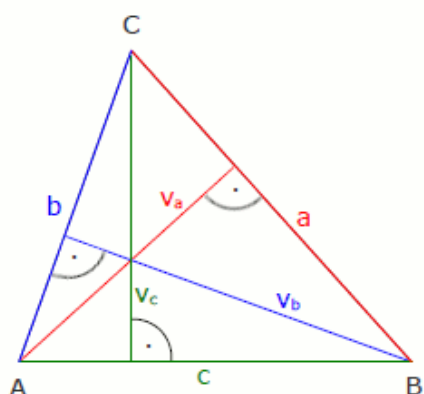
$$O = k + l + m$$

$$O = 4,8 + 5,3 + 2,8$$

$$O = 12,9 \text{ cm}$$

Obvod trojuholníka **KLM** je 12,9 cm.

Obsah trojuholníka



Obsah trojuholníka sa rovná jednej polovici súčinu dĺžky strany trojuholníka a výšky prislúchajúcej k tejto strane.

Keďže každý trojuholník má tri výšky (ktoré prislúchajú k trom rôznymi stranám), môžeme obsah trojuholníka vypočítať tromi spôsobmi:

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot v_a$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot v_b$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot c \cdot v_c$$

Obsah určujeme v jednotkách obsahu (plošné jednotky).

Príklad č.1

Vypočítajte obsah $\triangle ABC$, ktorého strana $b = 7,5$ cm a výška $v_b = 4,6$ cm.

Riešenie

trojuholník **ABC**

$$b = 7,5 \text{ cm}$$

$$v_b = 4,6 \text{ cm}$$

$$S = ? [\text{cm}^2]$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot v_b$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 7,5 \cdot 4,6$$

$$S = \frac{34,5}{2}$$

$$S = 17,25 \text{ cm}^2$$

Obsah trojuholníka **ABC** je $17,25 \text{ cm}^2$.

Slovné úlohy

V praxi sa často stretávame s úlohami na výpočet obvodu alebo obsahu trojuholníka.

Princíp pritom ostáva stále rovnaký:

- poriadne si úlohu prečítať aj viackrát tak, aby sme úlohu porozumeli
- urobiť si stručný zápis, vystihnúť podstatu úlohy
- nájsť správny vzorec a urobiť výpočet so zadanými hodnotami
- napísať odpoveď na danú otázku

Príklad č.1

Kolko gramov hnojiva treba použiť na pohnojenie záhona tvaru trojuholníka, ktorý má stranu dlhú 4,8 m a výška na túto stranu je 2,4 m? Na 1 m^2 treba použiť 16 g hnojiva.

Riešenie

trojuholník **ABC**

$$a = 4,8 \text{ m}$$

$$v_a = 2,4 \text{ m}$$

$$S = ? [\text{m}^2]$$

množstvo hnojiva v gramoch [g]

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot v_a$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 2,4$$

$$S = \frac{11,52}{2}$$

$$S = 5,76 \text{ m}^2$$

$$5,76 \cdot 16 = \mathbf{92,16 \text{ g}}$$

Na pohnojenie záhona treba 92,16 gramov hnojiva.

Zlomky

Racionálne čísla (označujeme ich **R**) sú čísla desatinné a zlomky. Sú to najviac používané čísla v matematike.

Zlomok tri pätiny: $\frac{3}{5}$ - čitateľ
- zlomková čiara
- menovateľ

Príklad č.1

Zapiš zlomkom akou časťou hodiny je 7 min; 90 min?

Riešenie

$$7 \text{ min} = \frac{7}{60} \text{ hod};$$

$$90 \text{ min} = \frac{90}{60} \text{ hod};$$

Rovnosť, krátenie a rozširovanie zlomkov

Hodnota zlomku sa nezmení, keď čitateľa aj menovateľa zlomku vynásobíme rovnakým číslom rôznym od nuly. V tomto prípade hovoríme o **rozširovaní zlomku**.

Ak čitateľa aj menovateľa vydelíme rovnakým číslom rôznym od nuly, hodnota zlomku sa nezmení. V tomto prípade hovoríme o **krátení zlomku**.

Zlomok je v **základnom tvare** ak sú jeho čitateľ a jeho menovateľ nesúdeliteľné čísla.

Zlomky sa rovnajú práve vtedy, ak zlomky upravené na ich základný tvar sú rovnaké.

Príklad č.1

Napiš zlomky: $\frac{5}{12}, \frac{1}{2}, \frac{1}{18}, \frac{2}{9}$ tak, aby v menovateli bolo číslo 36.

Riešenie

$$\frac{5}{12} \cdot \frac{3}{3} = \frac{15}{36}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{18}{18} = \frac{18}{36}$$

$$\frac{1}{18} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2}{36}$$

$$\frac{2}{9} \cdot \frac{4}{4} = \frac{8}{36}$$

Príklad č.2

Sú dané zlomky: $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}$. Zisti, ktoré z týchto zlomkov sú rovnaké.

Riešenie

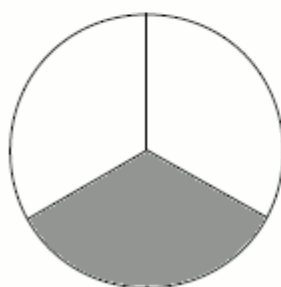
$\frac{1}{3}$ - je v základnom tvare

$$\frac{2}{6} : \frac{2}{2} = \frac{1}{3}$$

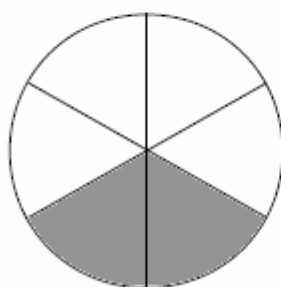
$$\frac{3}{9} : \frac{3}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{12} : \frac{4}{4} = \frac{1}{3}$$

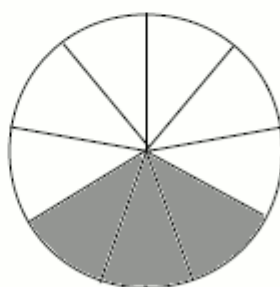
$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$$



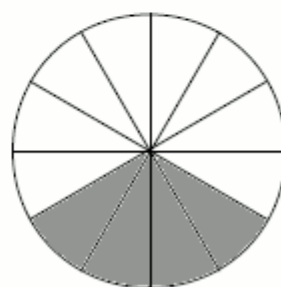
Miško



Anka



Rebeka



Sárka

Zápis zlomku desatinnými číslami a opačne

Každý zlomok vieme zapísať desatinným číslom a opačne, každé desatinné číslo vieme upraviť na zlomok. Postup je jednoduchý, zlomok premeníme na desatinné číslo tak, že vydelíme čitateľa menovateľom.

Niekedy sa pri neúplnom delení môže stať, že sa stále bude opakovať ten istý zvyšok. Vtedy hovoríme, že číslu určíme **periódu**.

Príklad č.1

Vyjadrite zlomky $\frac{3}{25}$ a $\frac{12}{11}$ ako desatinné čísla.

Riešenie

$$3 : 25 = 0,12$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ -25 \\ \hline 050 \\ -50 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{3}{25} = 0,12$$

$$12 : 11 = 1,090909... = 1,\overline{09}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ -11 \\ \hline 0100 \\ -99 \\ \hline 00100 \\ -99 \\ \hline 001 \end{array}$$

$$\frac{12}{11} = 1,\overline{09}$$

Príklad č.2

Zapíšte desatinné číslo 2,08 ako zlomok v základnom tvare.

Riešenie

$$2,08 = 2\frac{8}{100} = \frac{200 + 8}{100} = \frac{208 : 4}{100 : 4} = \frac{52}{25}$$

Usporiadanie zlomkov podľa veľkosti

Z dvoch zlomkov s **rovnakými menovateľmi** je **väčší** ten, ktorý má **väčšieho čitateľa**.

Z dvoch zlomkov s **rovnakými čitateľmi** je **väčší** ten, ktorý má **menšieho menovateľa**.

Ak majú zlomky **rôznych čitateľov aj menovateľov**, postupujeme tak, že si zlomky upravíme na **spoločného menovateľa** (nájdeme ich spoločného menovateľa), príslušne si upravíme čitateľov tak, aby sa hodnota zlomku nezmenila a **porovnáme ich čitateľov**. Tu už budeme postupovať podľa prvého pravidla.

Príklad č.1

Porovnajte zlomky: $\frac{3}{7}$ a $\frac{5}{7}$; $\frac{9}{10}$ a $\frac{9}{11}$; $\frac{2}{3}$ a $\frac{4}{5}$.

Riešenie

$$\frac{3}{7} < \frac{5}{7}$$

$$\frac{9}{10} > \frac{9}{11}$$

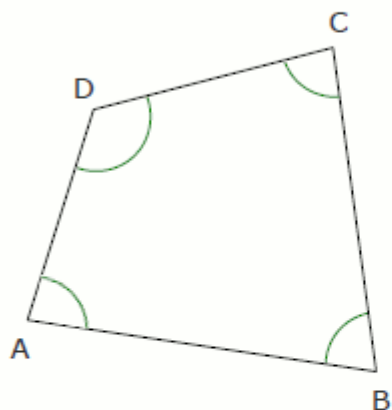
$$\frac{2}{3} < \frac{4}{5} \qquad \frac{10}{15} < \frac{12}{15}$$

Štvoruholníky

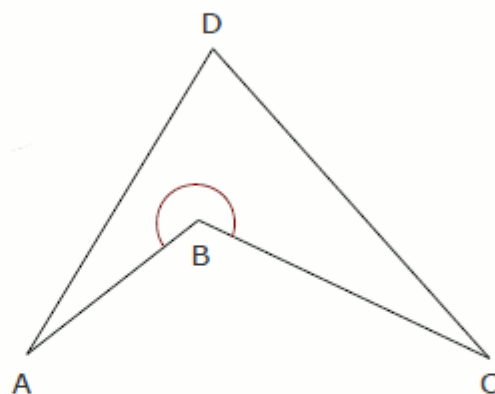
Štvoruholník je rovinný útvar, ktorý má 4 vnútorné uhly.

štvoruholníky

konvexné – sú také, ktorých **každý** vnútorný uhol je menší ako 180°



nekonvexné – sú také, ktoré majú **jeden** vnútorný uhol väčší ako 180°



Štvoruholník, ktorého každé dve protiľahlé strany sú rovnobežné, sa nazýva **rovnobežník**.

rovnobežníky

pravouhlé: štvorec



obdĺžnik



kosoštvorec

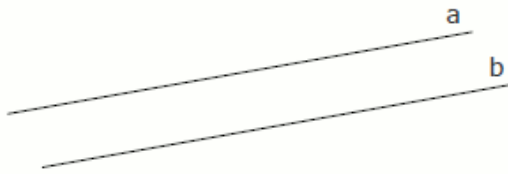


kosodĺžnik



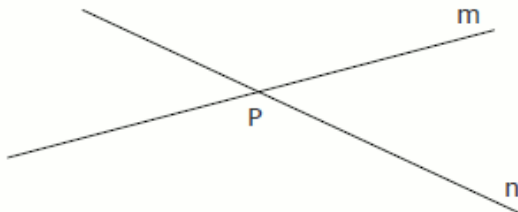
Rovnobežky preťaté priečkou

Rovnobežky sú priamky, ktoré **nemajú spoločný bod**. V 5. ročníku sme sa naučili rysovať rovnobežky.



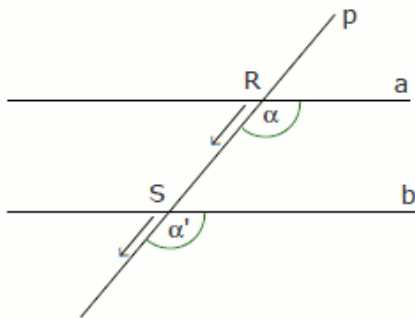
$a \parallel b$ - rovnobežky
 $a \cap b = \{\}$ - vlastnosť

Rôznobežky sú priamky, ktoré **majú jediný spoločný bod**. Tento bod nazývame **priesečník**.



$m \nparallel n$ - rôznobežky
 $m \cap n = \{P\}$ - vlastnosť

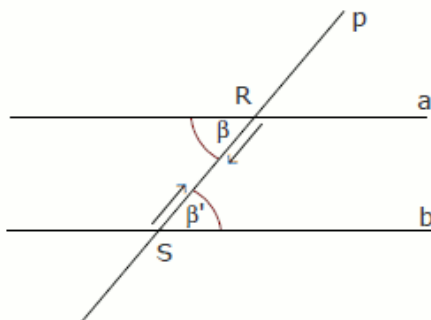
Nech sú dané dve rôzne rovnobežné priamky **a**, **b** a priamka **p**, ktorá ich pretína v bodoch **R**, **S**. Hovoríme, že rovnobežné priamky **a**, **b** sú preťaté priečkou **p**. Takýmto spôsobom vznikne niekoľko uhlov, ktoré si teraz pomenujeme.



- **súhlasné uhly**: súhlasne rovnobežné ramená uhlov na priamke **p** – uhly ležia v tej istej polrovine s hranicou **p**

Vlastnosť: $\alpha \equiv \alpha'$

Každá dvojica súhlasných uhlov sú zhodné uhly.



- **striedavé uhly**: nesúhlasne rovnobežné ramená uhlov na priamke **p** – uhly ležia v opačných polrovinách s hranicou **p**

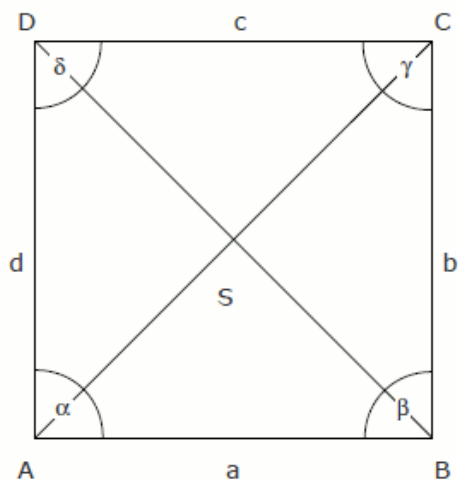
Vlastnosť: $\beta \equiv \beta'$

Každá dvojica striedavých uhlov sú zhodné uhly.

Platí aj obrátená veta: ak sú niektoré dva súhlasné alebo striedavé uhly, vytvorené dvomi priamkami preťatými priečkou zhodné, potom sú tieto dve priamky rovnobežné.

Štvorec

Štvorec je **konvexný** štvoruholník, presnejšie to je **pravouhlý** štvoruholník.



Vlastnosti:

- je to konvexný štvoruholník
- je to pravouhlý rovnobežník
- má 4 vrcholy: **A, B, C, D**
- má 4 strany: **a, b, c, d**, pričom platí:
 $a \equiv b \equiv c \equiv d$
- má 4 vnútorné uhly: $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, pričom platí:
 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$
 $\alpha \equiv \beta \equiv \gamma \equiv \delta = 90^\circ$
- má uhlopriečky: **AC, BD**, pričom platí:
 $AC \equiv BD$
 $AC \perp BD$
uhlopriečky sa rozpoľujú v strede
- obvod štvorca: $O = a + b + c + d$, avšak:
 $a \equiv b \equiv c \equiv d$, teda $O = 4 \cdot a = 4 \cdot b = 4 \cdot c = 4 \cdot d$
- obsah štvorca: $S = a \cdot a = b \cdot b = c \cdot c = d \cdot d$

Príklad č.1

Zostrojte štvorec **ABCD**, ak $|AB| = 5 \text{ cm}$.

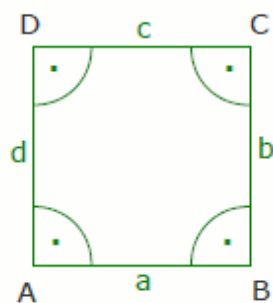
Riešenie

Zápis:

dané: $|\mathbf{AB}| = 5 \text{ cm}$

úloha: zostrojiť štvorec **ABCD**

Náčrt:



Rozbor:

- platí: $|\mathbf{AB}| = |\mathbf{BC}| = |\mathbf{CD}| = |\mathbf{DA}|$

- všetky uhly sú pravé (90°)

Postup:

1. **AB**; $|\mathbf{AB}| = 5 \text{ cm}$

2. $\sphericalangle \mathbf{ABX}$; $|\sphericalangle \mathbf{ABX}| = 90^\circ$

3. k_1 ; $k_1(\mathbf{B}, 5 \text{ cm})$

4. **C**; $\mathbf{C} \in k_1 \cap \overrightarrow{\mathbf{BX}}$

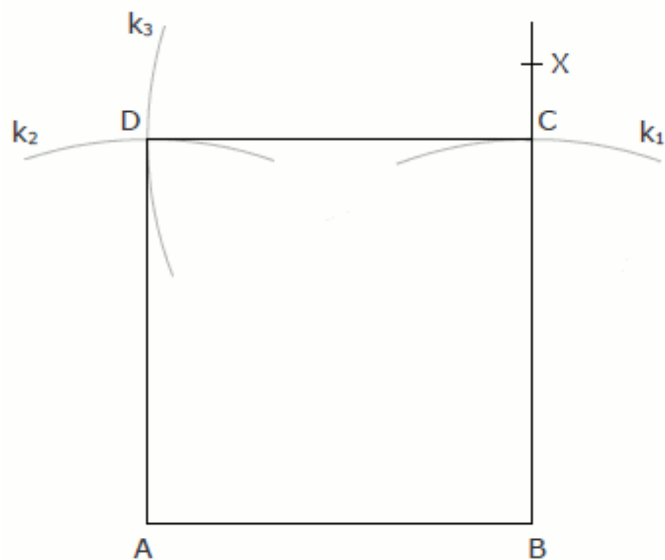
5. k_2 ; $k_2(\mathbf{A}, 5 \text{ cm})$

6. k_3 ; $k_3(\mathbf{C}, 5 \text{ cm})$

7. **D**; $\mathbf{D} \in k_2 \cap k_3$

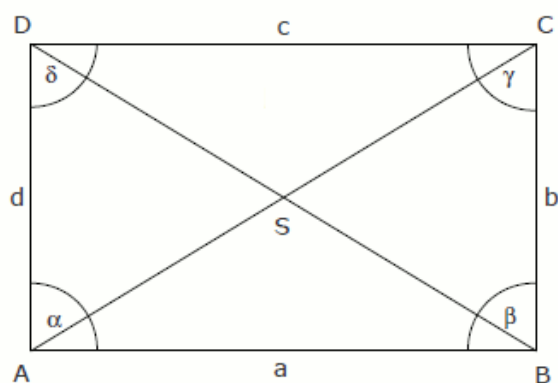
8. štvorec **ABCD**

Konštrukcia:



Obdĺžnik

Obdĺžnik je **konvexný** štvoruholník, presnejšie to je **pravouhlý** štvoruholník.



Vlastnosti:

- je to konvexný štvoruholník
- je to pravouhlý rovnobežník
- má 4 vrcholy: **A, B, C, D**
- má 4 strany: **a, b, c, d**, pričom platí: **$a \cong c$; $b \cong d$**
- má 4 vnútorné uhly: **$\alpha, \beta, \gamma, \delta$** , pričom platí:
 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$
 $\alpha \cong \beta \cong \gamma \cong \delta = 90^\circ$
- má uhlopriečky: **AC, BD**, pričom platí:
 $AC \cong BD$
uhlopriečky sa rozpoľujú v strede
- obvod obdĺžnika: $O = a + b + c + d$, avšak:
 $a \cong c, b \cong d$, teda $O = 2 \cdot a + 2 \cdot b = 2 \cdot (a + b)$
- obsah obdĺžnika: **$S = a \cdot b$**

Príklad č.1

Zostrojte obdĺžnik **KLMN**, ak **$|KL| = 6,5 \text{ cm}$** ; **$|KM| = 8 \text{ cm}$** .

Riešenie

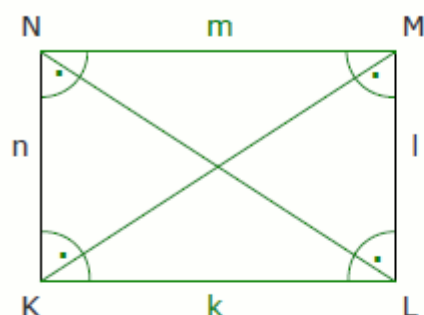
Zápis:

dané: $|KL| = 6,5 \text{ cm}$

$|KM| = 8 \text{ cm}$

úloha: zostrojiť obdĺžnik **KLMN**

Náčrt:



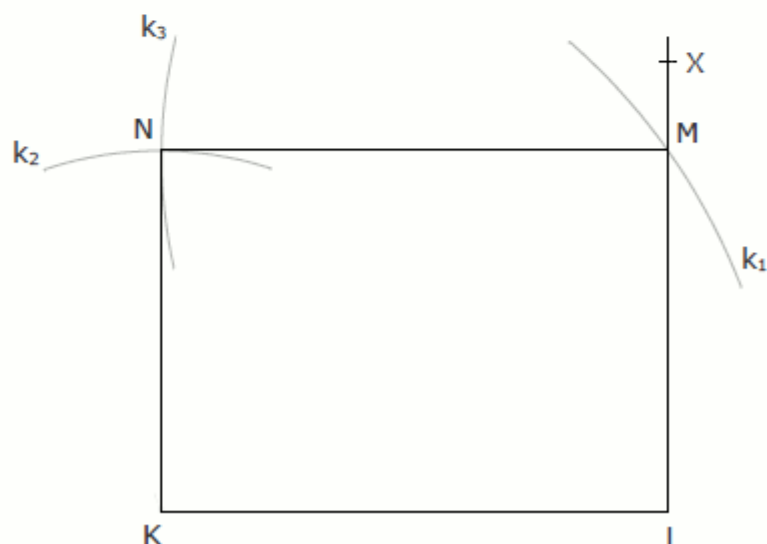
Rozbor:

- platí: $k = m$; $l = n$; $|KM| = |LN|$
- všetky uhly sú pravé (90°)

Postup:

1. **KL**; $|KL| = 6,5 \text{ cm}$
2. $\sphericalangle KLM$; $|\sphericalangle KLM| = 90^\circ$
3. k_1 ; $k_1(K, 8 \text{ cm})$
4. **M**; $M \in k_1 \cap \overrightarrow{LX}$
5. k_2 ; $k_2(K, |LM|)$
6. k_3 ; $k_3(M, 6,5 \text{ cm})$
7. **N**; $N \in k_2 \cap k_3$
8. obdĺžnik **KLMN**

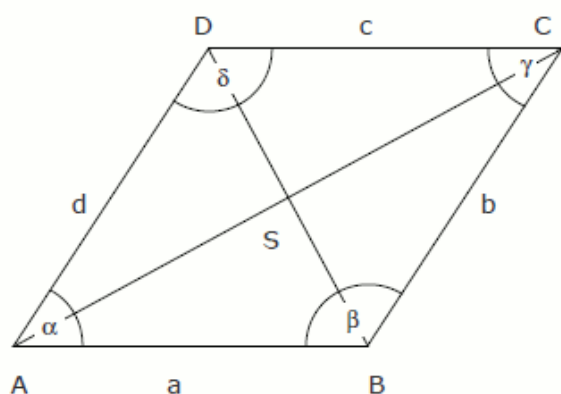
Konštrukcia:



Skúška: všetky strany aj uhly majú správne veľkosti.

Záver: v danej polrovine má úloha jedno riešenie.

Kosoštvorec



Vlastnosti:

- je to konvexný štvoruholník
- je to rovnobežník
- má 4 vrcholy: **A, B, C, D**
- má 4 strany: **a, b, c, d**, pričom platí: $a \cong b \cong c \cong d$
- má 4 vnútorné uhly: $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, pričom platí:
 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$
 $\alpha \cong \gamma, \beta \cong \delta$
- má uhlopriečky: **AC, BD**, pričom platí:
 $AC \perp BD$
uhlopriečky sa rozpolujú v strede
- obvod kosoštvorca: $O = a + b + c + d$, avšak:
 $a \cong b \cong c \cong d$, teda $O = 4 \cdot a = 4 \cdot b = 4 \cdot c = 4 \cdot d$
- obsah kosoštvorca: **$S = a \cdot v_a$** - v_a výška na stranu **a**
 $S = b \cdot v_b$ - v_b výška na stranu **b**

Príklad č.1

Zostrojte kosoštvorec **ABCD**, ak $|AB| = 5 \text{ cm}$; $|BD| = 3 \text{ cm}$.

Riešenie

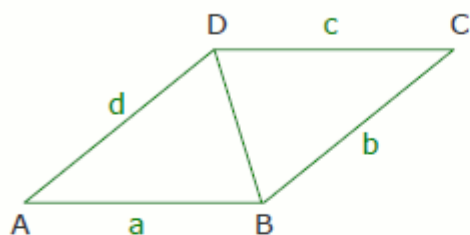
Zápis:

dané: $|\mathbf{AB}| = 5 \text{ cm}$

$|\mathbf{BD}| = 3 \text{ cm}$

úloha: zostrojiť kosoštvorec **ABCD**

Náčrt:



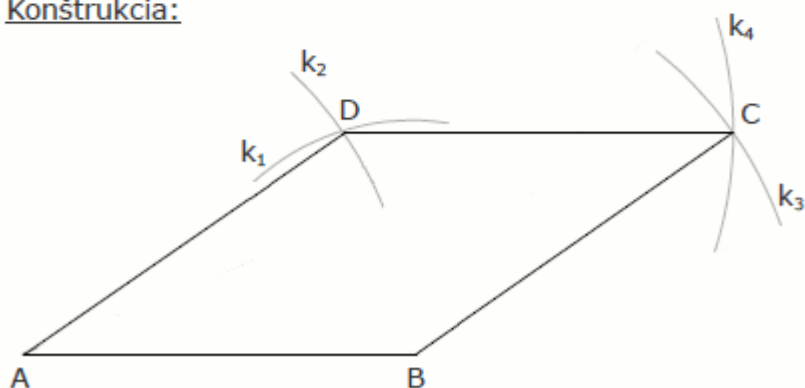
Rozbor:

- platí: $|\mathbf{AB}| = |\mathbf{BC}| = |\mathbf{CD}| = |\mathbf{DA}|$

Postup:

1. **AB**; $|\mathbf{AB}| = 5 \text{ cm}$
2. k_1 ; $k_1(B, 3 \text{ cm})$
3. k_2 ; $k_2(A, 5 \text{ cm})$
4. **D**; $D \in k_1 \cap k_2$
5. k_3 ; $k_3(B, 5 \text{ cm})$
6. k_4 ; $k_4(D, 5 \text{ cm})$
7. **C**; $C \in k_3 \cap k_4$
8. kosoštvorec **ABCD**

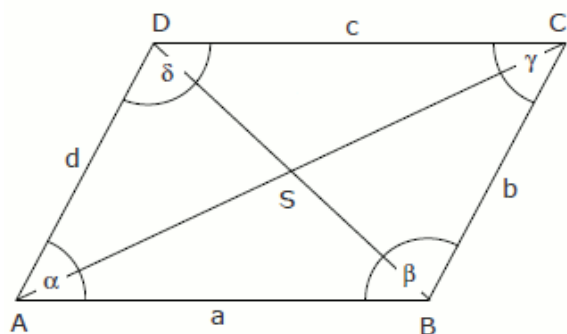
Konštrukcia:



Skúška: všetky strany aj uhlopriečka **BD** majú správne veľkosti.

Záver: v danej polrovine má úloha jedno riešenie.

Kosodĺžnik



Vlastnosti:

- je to konvexný štvoruholník
- je to rovnobežník
- má 4 vrcholy: **A, B, C, D**
- má 4 strany: **a, b, c, d**, pričom platí: **$a \cong c$; $b \cong d$**
- má 4 vnútorné uhly: $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, pričom platí:
 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$
 $\alpha \cong \gamma, \beta \cong \delta$
- má uhlopriečky: **AC, BD**, pričom platí:
uhlopriečky sa rozpolujú v strede
- obvod kosodĺžnika: $O = a + b + c + d$, avšak:
 $a \cong c, b \cong d$, teda: $O = 2 \cdot a + 2 \cdot b = 2 \cdot (a + b)$
- obsah kosodĺžnika: **$S = a \cdot v_a$** - v_a - výška na stranu **a**
 $S = b \cdot v_b$ - v_b - výška na stranu **b**

Príklad č.1

Zostrojte kosodĺžnik **JKLM**, ak $|JK| = 5,3 \text{ cm}$; $|KL| = 4 \text{ cm}$; $|\sphericalangle JKL| = 120^\circ$.

Riešenie

Zápis:

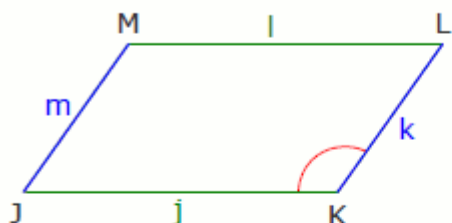
dané: $|JK| = 5,3 \text{ cm}$

$|KL| = 4 \text{ cm}$

$|\sphericalangle JKL| = 120^\circ$

úloha: zostrojiť kosodĺžnik **JKLM**

Náčrt:



Rozbor:

- platí: $j = l$; $k = m$

Postup:

1. JK ; $|JK| = 5,3 \text{ cm}$

2. $\sphericalangle JKL$; $|\sphericalangle JKL| = 120^\circ$

3. k_1 ; $k_1(K, 4 \text{ cm})$

4. L ; $L \in k_1 \cap \overrightarrow{KX}$

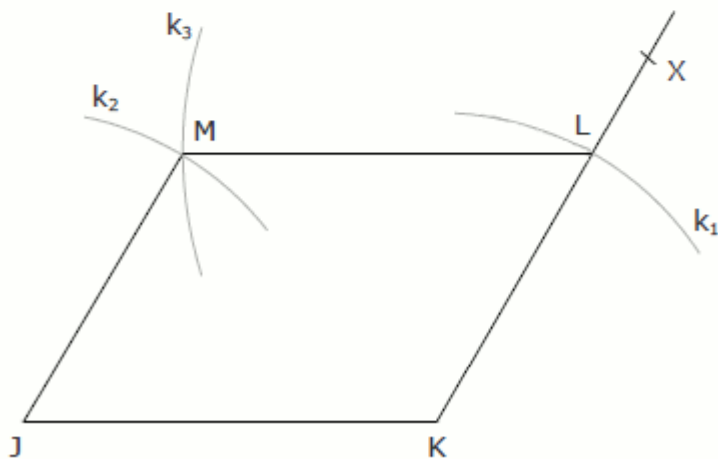
5. k_2 ; $k_2(J, 4 \text{ cm})$

6. k_3 ; $k_3(L, 5,3 \text{ cm})$

7. M ; $M \in k_2 \cap k_3$

8. kosodĺžnik **JKLM**

Konštrukcia:



Skúška: dané prvky kosodĺžnika majú správne veľkosti.

Záver: v danej polrovine má úloha jedno riešenie.

Obvod a obsah rovnobežníkov

Vzorce na výpočet obvodu a obsahu pre jednotlivé rovnobežníky sme si už odvodili, takže ich môžeme použiť pri riešení konkrétnych úloh.

Príklad č.1

Vypočítajte obvod a obsah kosodĺžnika **ABCD**, ak: **a** = 7,5 m; **b** = 3,8 m; **v_b** = 4,3 m.

Riešenie

kosodĺžnik **ABCD**

$$\mathbf{a = 7,5\ m}$$

$$\mathbf{b = 3,8\ m}$$

$$\mathbf{v_b = 4,3\ m}$$

$$\mathbf{O = ?\ [m]}$$

$$\mathbf{S = ?\ [m^2]}$$

$$\mathbf{O = 2 \cdot a + 2 \cdot b = 2 \cdot (a + b)}$$

$$\mathbf{O = 2 \cdot (7,5 + 3,8)}$$

$$\mathbf{O = 2 \cdot 11,3}$$

$$\mathbf{O = 22,6\ m}$$

$$\mathbf{S = b \cdot v_b}$$

$$\mathbf{S = 3,8 \cdot 4,3}$$

$$\mathbf{S = 16,34\ m^2}$$

Obvod kosodĺžnika je **22,6 m**, jeho obsah je **16,34 m²**.

Slovné úlohy

Matematika je úzko spätá so životom a konkrétne popisuje rôzne životné situácie. V tejto kapitole si ukážeme konkrétne využitie výpočtu obvodov a obsahov v praxi.

Príklad č.1

Lesná škôlka má tvar rovnobežníka s dĺžkami strán 106 m a 86 m. Výška, prislúchajúca k dlhšej strane je 67 m. Koľko metrov pletiva treba na oplotenie lesnej škôlky? Aká je jej výmera?

Riešenie

rovnobežník (kosodĺžnik) **ABCD**

$$\mathbf{a} = 106 \text{ m}$$

$$\mathbf{b} = 86 \text{ m}$$

$$\mathbf{v_a} = 67 \text{ m}$$

$$\mathbf{O} = ? \text{ [m]}$$

$$\mathbf{S} = ? \text{ [m}^2\text{]}$$

$$\mathbf{O} = 2 \cdot \mathbf{a} + 2 \cdot \mathbf{b} = 2 \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{b})$$

$$\mathbf{O} = 2 \cdot (106 + 86)$$

$$\mathbf{O} = 2 \cdot 192$$

$$\mathbf{O} = \mathbf{384 \text{ m}}$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{v_a}$$

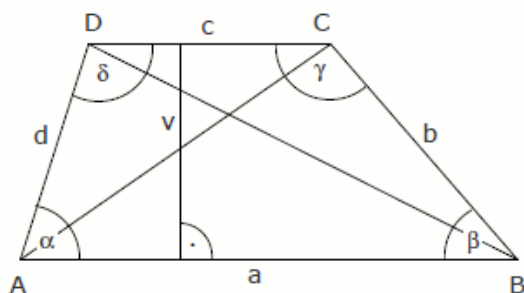
$$\mathbf{S} = 106 \cdot 67$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{7102 \text{ m}^2}$$

Na oplatenie lesnej škôlky treba **384 m** pletiva. Výmera lesnej škôlky je **7102 m²**.

Lichobežník

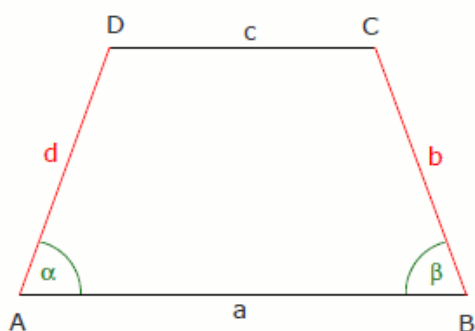
Lichobežník je štvoruholník, ktorého dve protiľahlé strany sú rovnobežné (**základne**) a zvyšné dve protiľahlé strany sú rôznobežné (**ramená**).



Vlastnosti:

- je to konvexný štvoruholník
- má 4 vrcholy: **A, B, C, D**
- má 4 strany: **a, b, c, d**, pričom platí:
 - $a \parallel c$ - základne
 - $b \nparallel d$ - ramená
- má 4 vnútorné uhly: $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, pričom platí:
 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$
- má uhlopriečky: **AC, BD**
- obvod lichobežníka: $O = a + b + c + d$
- obsah lichobežníka: $S = \frac{(a + c) \cdot v}{2}$ v - výška lichobežníka

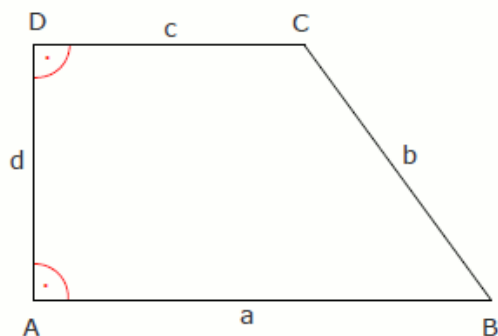
Rovnoramenný lichobežník



Vlastnosti má tie isté ako obyčajný lichobežník, ale navyše:

- pre ramená **b, d** platí: $b \cong d$
- pre uhly pri základni platí: $\alpha \cong \beta$

Pravouhlý lichobežník



Vlastnosti má tie isté ako obyčajný lichobežník, ale keďže to je **pravouhlý** lichobežník, tak má **dva uhly pravé** (90°).

Príklad č.1

Zostrojte lichobežník **ABCD**, ak základne majú dĺžku 6,5 cm a 3,5 cm, dĺžka ramena **b** = 5 cm a uhlopriečka **AC** má dĺžku 7 cm.

Riešenie

Zápis:

dané: $a = 6,5 \text{ cm}$

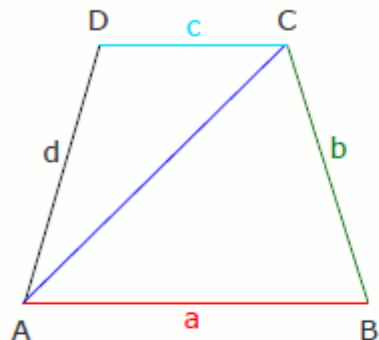
$c = 3,5 \text{ cm}$

$b = 5 \text{ cm}$

$|AC| = 7 \text{ cm}$

úloha: zostrojiť lichobežník **ABCD**

Náčrt:



Rozbor:

- platí: $a \parallel c$

Postup:

1. **AB**; $|AB| = 6,5 \text{ cm}$

2. k_1 ; $k_1(B; 5 \text{ cm})$

3. k_2 ; $k_2(A; 7 \text{ cm})$

4. **C**; $C \in k_1 \cap k_2$

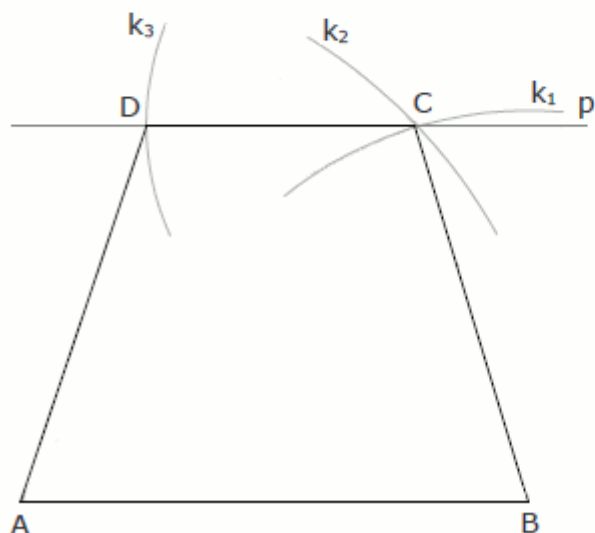
5. p ; $p \parallel AB \wedge C \in p$

6. k_3 ; $k_3(C; 3,5 \text{ cm})$

7. **D**; $D \in p \cap k_3$

8. lichobežník **ABCD**

Konštrukcia:



Skúška: dané prvky lichobežníka majú správne veľkosti a platí $AB \parallel CD$.

Záver: v rysovej polrovine má úloha jedno riešenie.

Obvod a obsah lichobežníka

Podobne ako každému rovinnému útvaru, aj lichobežníku vieme vypočítať obvod a obsah. Vzorce sme si odvodili už v úvode, teraz si ich precvičíme v príkladoch.

Príklad č.1

Vypočítajte obvod a obsah lichobežníka v ktorom **a** = 7 cm, **b** = 4 cm, **c** = 4 cm, **d** = 3,5 cm a **v** = 3,3 cm.

Riešenie

lichobežník **ABCD**

$$\mathbf{a} = 7 \text{ cm}$$

$$\mathbf{b} = 4 \text{ cm}$$

$$\mathbf{c} = 4 \text{ cm}$$

$$\mathbf{d} = 3,5 \text{ cm}$$

$$\mathbf{v} = 3,3 \text{ cm}$$

$$\mathbf{O} = ? [\text{cm}]$$

$$\mathbf{S} = ? [\text{cm}^2]$$

$$\mathbf{O} = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} + \mathbf{d}$$

$$\mathbf{O} = 7 + 4 + 4 + 3,5$$

$$\mathbf{O} = \mathbf{18,5 \text{ cm}}$$

$$\mathbf{S} = \frac{(\mathbf{a} + \mathbf{c}) \cdot \mathbf{v}}{2}$$

$$\mathbf{S} = \frac{(7 + 4) \cdot 3,3}{2}$$

$$\mathbf{S} = \frac{11 \cdot 3,3}{2}$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{18,15 \text{ cm}^2}$$

Obvod lichobežníka je **18,5 cm**, jeho obsah je **18,15 cm²**.

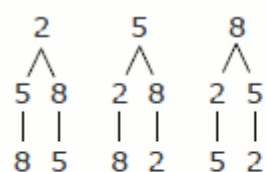
Kombinatorika v úlohách

V živote sa často stretávame s typom úloh, ktoré v matematike označujeme ako kombinatorické úlohy. Aj doteraz sme takéto úlohy riešili, len sme o tom nevedeli, napr.: z písmen **L**, **A** utvor všetky dvoj písmenkové slová bez opakovania písmen.

Príklad č.1

Pomocou čísl 2, 5, 8 napíš všetky trojciferné čísla bez opakovania cifier.

Riešenie



Pomocou cifier **2**, **5**, **8** sa dá napísať **6** trojciferných čísel bez opakovania cifier: **258**, **285**, **528**, **582**, **825**, **852**.