

Racionálne čísla

Úvod do teórie racionálnych čísel sme prebrali v 6. ročníku. V nasledujúcich kapitolách sa budeme venovať ďalším operáciám s racionálnymi číslami a zlomkami.

Sčítovanie zlomkov

Zlomky s **rovnakým menovateľom** sčítame tak, že **čitatele sčítame** a **menovateľa dopíšeme**.

Zlomky s **rôznymi menovateľmi** sčítame tak, že ich najprv upravíme na **spoločného menovateľa** a potom ich sčítame ako zlomky s rovnakým menovateľom.

Príklad č.1

Sčítajte zlomky: $\frac{1}{7} + \frac{3}{7} ; \frac{2}{9} + \frac{1}{3} + \frac{4}{18}$

Riešenie

$$\frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{1+3}{7} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{2}{9} + \frac{1}{3} + \frac{4}{18} = \frac{4+6+4}{18} = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$$

Sčítovanie racionálnych čísel

Naučili sme sa už, že medzi racionálne čísla patria zlomky a desatinné čísla. Ďalej vieme, že každé desatinné číslo môžeme premeniť na zlomok a opačne, každý zlomok vieme premeniť na desatinné číslo.

Sčítať zlomky alebo desatinné čísla už vieme. Pri sčítaní môžeme počítať aj s výhodou, to znamená, že si príklad môžeme prispôbiť (zjednodušiť).

Pri sčítaní môžeme použiť tieto vlastnosti:

- **komutatívnosť** – poradie sčítancov môžeme vymeniť a súčet sa nezmení,
- **asociatívnosť** – sčítancov môžeme ľubovoľne združovať do skupín a súčet sa nezmení.

Príklad č.1

Vypočítajte: $\frac{1}{6} + \frac{3}{5} + 0,4$

Riešenie

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{5} + 0,4 = \frac{1}{6} + \frac{3}{5} + \frac{4}{10} = \frac{5+18+12}{30} = \frac{35}{30} : \frac{5}{5} = \frac{7}{6}$$

Odčítovanie zlomkov

Zlomky s **rovnakým menovateľom** odčítame tak, že odčítame ich čitatele a menovateľa opíšeme.

Zlomky s **rôznymi menovateľmi** odčítame tak, že ich najprv dáme na rovnakého menovateľa, a potom ich odčítame.

Príklad č.1

Vypočítajte: $\frac{4}{8} - \frac{8}{8}; \frac{2}{3} - \frac{3}{5} - \frac{1}{10}$

Riešenie

$$\frac{4}{8} - \frac{8}{8} = \frac{4 - 8}{8} = \frac{-4}{8}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{5} - \frac{1}{10} = \frac{20 - 18 - 3}{30} = \frac{-1}{30} = -\frac{1}{30}$$

Odčítovanie racionálnych čísel

Podobne ako vieme sčítať racionálne čísla, tak ich vieme aj odčítať.

POZOR!

Pre odčítanie neplatí komutatívnosť ani asociatívnosť!

Príklad č.1

Vypočítajte: $\frac{1}{8} - 0,2 - 1,6$

Riešenie

$$\frac{1}{8} - 0,2 - 1,6 = \frac{1}{8} - \frac{2}{10} - \frac{16}{10} = \frac{5 - 8 - 64}{40} = \frac{-67}{40} = -\frac{67}{40}$$

Zmiešané čísla

Každé číslo, ktoré sa skladá z **celej časti** a **zlomkovej časti** nazývame **zmiešané číslo**, napr. $3\frac{1}{4}$ čítame tri celé a jedna štvrtina.

Každé zmiešané číslo vieme premeniť na zlomok a opačne. Zmiešané čísla vieme, podobne ako všetky ostatné čísla, sčítať, odčítať, násobiť a deliť.

Príklad č.1

Vypočítajte: $2\frac{5}{7} + 3\frac{1}{2} - 0,2$

Riešenie

$$2\frac{5}{7} + 3\frac{1}{2} - 0,2 = \frac{19}{7} + \frac{7}{2} - \frac{2}{10} = \frac{190 + 245 - 14}{70} = \frac{421}{70} = 6\frac{1}{7}$$

Násobenie zlomkov

Zlomok násobíme zlomkom tak, že čitateľa násobíme čitateľom a menovateľa menovateľom.

Pri násobení môžeme použiť tzv. **krížové pravidlo**, to znamená, že príklad si môžeme zjednodušiť tak, že **čitateľa v jednom zlomku a menovateľa v druhom zlomku** si môžeme **vykrátiť** tým istým číslom rôznym od nuly.

Príklad č.1

Vypočítajte: $1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7} \cdot 6$

Riešenie

$$1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7} \cdot 6 = \frac{5}{\cancel{3}_1} \cdot \frac{\cancel{3}^1}{7} \cdot \frac{6}{1} = \frac{5}{1} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{6}{1} = \frac{30}{7}$$

Násobenie racionálnych čísel

Pri násobení racionálnych čísel postupujeme podobne ako pri násobení zlomkov.

Pozor, ak máme vynásobiť aj záporné čísla, tak uplatňujeme princíp znamienok ako pri celých číslach.

Ak máme viac činiteľov (násobíme viac čísel), tak môžeme využiť toto pravidlo:

- ak je **počet záporných činiteľov nepárny**, výsledok je vždy **záporný**,
- ak je **počet záporných činiteľov párný**, výsledok je vždy **kladný**.

Príklad č.1

Vypočítajte: $-0,8 \cdot \frac{15}{10} \cdot 1\frac{4}{5}$

Riešenie

$$-0,8 \cdot \frac{15}{10} \cdot 1\frac{4}{5} = -\frac{\cancel{8}^4}{\cancel{10}_2} \cdot \frac{\cancel{15}^3}{\cancel{10}_2} \cdot \frac{9}{5} = -\frac{\cancel{4}^2}{5} \cdot \frac{3}{\cancel{2}_1} \cdot \frac{9}{5} = -\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{9}{5} = -\frac{54}{25}$$

Delenie zlomkov

Dvojica racionálnych čísel, ktorých **súčin sa rovná jednej** sa nazývajú **prevrátené čísla**.

Napríklad:

dané číslo	prevrátené číslo	súčin
$\frac{2}{7}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{2} = \frac{14}{14} = 1$
$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{15}{15} = 1$
0,3	$\frac{10}{3}$	$0,3 \cdot \frac{10}{3} = \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{3} = \frac{30}{30} = 1$
$\frac{5}{13}$	$\frac{13}{5}$	$\frac{5}{13} \cdot \frac{13}{5} = \frac{65}{65} = 1$
$-3\frac{2}{4}$	$-\frac{4}{14}$	$\left(-3\frac{2}{4}\right) \cdot \left(-\frac{4}{14}\right) = \left(-\frac{14}{4}\right) \cdot \left(-\frac{4}{14}\right) = \frac{56}{56} = 1$

Zlomok delíme zlomkom tak, že ho vynásobíme prevráteným zlomkom.

Príklad č.1

Vypočítajte: $\frac{21}{2} : \frac{3}{5}$

Riešenie

$$\frac{21}{2} : \frac{3}{5} = \frac{21}{2} \cdot \frac{5}{3} = \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{1} = \frac{35}{2}$$

Delenie racionálnych čísel

Racionálne čísla delíme podobne ako zlomky. Ak sa v príklade nachádzajú celé alebo desatinné čísla a zlomky, všetky typy čísel si premeníme na zlomky a postupujeme ako pri delení zlomkov.

Príklad č.1

Vypočítajte: $4\frac{2}{3} : \frac{3}{5}$

Riešenie

$$4\frac{2}{3} : \frac{3}{5} = \frac{14}{3} : \frac{3}{5} = \frac{14}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{70}{9}$$

Zložené zlomky

Zlomok, ktorý má v čitateli alebo v menovateli alebo v oboch opäť zlomok, nazývame **zložený zlomok**.

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{4}} \quad \begin{array}{l} \text{- čitateľ} \\ \text{- hlavná zlomková čiara} \\ \text{- menovateľ} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{vnútorné} \\ \text{členy} \end{array} \quad \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{4}} \quad \begin{array}{c} \text{vonkajšie} \\ \text{členy} \end{array}$$

Zložený zlomok odstránime tak, že **čitateľa delíme menovateľom**, alebo **súčin vonkajších členov delíme súčinom vnútorných členov**.

Ukážeme si to na príkladoch.

Príklad č.1

Upravte na jednoduchý zlomok:

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{3}}$$

Riešenie

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{2} : \frac{4}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

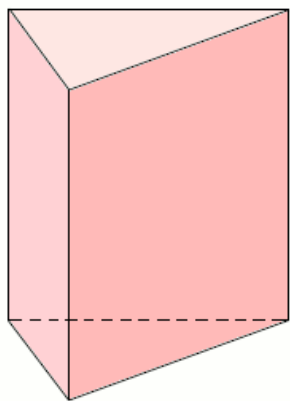
$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{3}} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{3}{8}$$

Hranoly

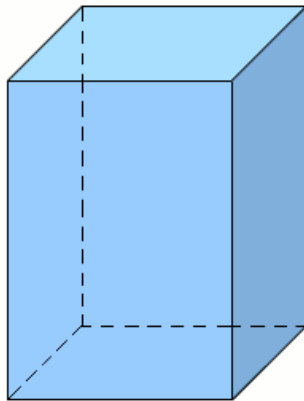
Hranoly sú priestorové telesá. Každý **kolmý hranol** má bočné steny tvaru obdĺžnika alebo štvorca. Všetky bočné steny hranola tvoria **plášť**.

Podľa toho, aký rovinný útvar je **podstavou hranola**, poznáme tieto hranoly:

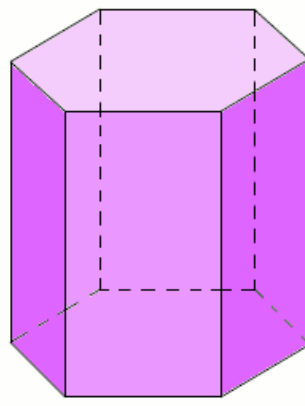
- trojboké hranoly – podstava je trojuholník,
- štvorboké hranoly – podstava je štvoruholník,
- päťboké hranoly – podstava je päťuholník, atď.



trojboký hranol



kváder - štvorboký hranol



šesťboký hranol

Vzdialenosť podstáv hranola sa nazýva **výška hranola** (telesá).

Pravidelný hranol je také teleso, ktorého **podstava je pravidelný n-uholník**:

- pravidelný trojboký hranol – podstava je rovnostranný trojuholník,
- pravidelný štvorboký hranol – podstava je štvorec,
- pravidelný päťboký hranol – podstava je pravidelný päťuholník, atď.

Pri priestorových telesách určujeme dve veličiny: **povrch telesa** a **objem telesa**.

Povrch hranola

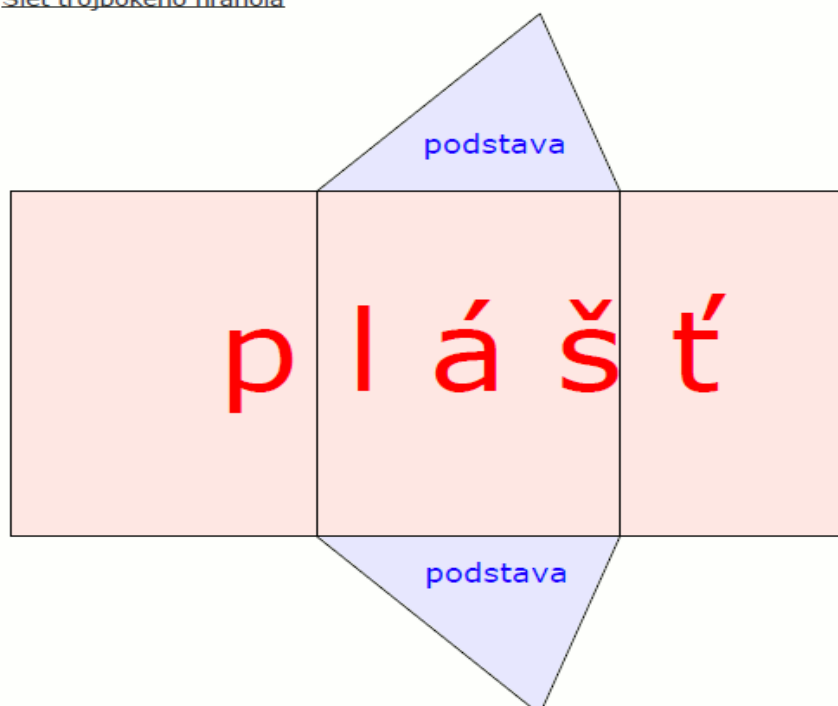
Povrch ľubovoľného hranola vypočítame podľa vzorca:

$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

S_p - obsah podstavy
 S_{pl} - obsah plášťa

Aby sme vedeli vypočítať povrch hranola potrebujeme poznať vzorce a vedieť premieňať jednotky dĺžky a jednotky obsahu.

Sieť trojbokého hranola



Príklad č.1

Vypočítajte povrch pravidelného štvorbokého hranola, ktorého hrana podstavy je 2,4 dm a výška hranola je 38 cm.

Riešenie

pravidelný štvorboký hranol

podstava – štvorec

$$a = 2,4 \text{ dm (cm)} = 24 \text{ cm}$$

$$v_h = 38 \text{ cm}$$

$$S = ? [\text{cm}^2]$$

$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

$$S_p = a \cdot a$$

$$S_p = 24 \cdot 24$$

$$S_p = 576 \text{ cm}^2$$

$$S_{pl} = 4 \cdot a \cdot v_h$$

$$S_{pl} = 4 \cdot 24 \cdot 38$$

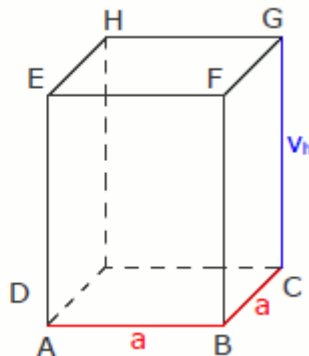
$$S_{pl} = 3648 \text{ cm}^2$$

$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

$$S = 2 \cdot 576 + 3648$$

$$S = 1152 + 3648$$

$$S = 4800 \text{ cm}^2$$



Povrch pravidelného štvorbokého hranola je 4800 cm².

Objem hranola

Objem ľubovoľného hranola vypočítame podľa vzorca:

$$V = S_p \cdot v_h$$

S_p - obsah podstavy
 v_h - výška hranola

Aby sme vedeli vypočítať objem hranola potrebujeme poznať vzorce a vedieť premieňať jednotky dĺžky a jednotky objemu.

Príklad č.1

Tyč spájky má tvar trojbokého hranola s podstavou trojuholníka. Strana trojuholníka má dĺžku 1,6 cm a k nej prislúchajúca výška má dĺžku 0,8 cm. Dĺžka tyče je 50 cm. Koľko kubických centimetrov spájky obsahuje jedna tyč?

Riešenie

trojboký hranol
podstava – trojuholník

$$a = 1,6 \text{ cm}$$

$$v_a = 0,8 \text{ cm}$$

$$v_h = 50 \text{ cm}$$

$$V = ? [\text{cm}^3]$$

$$V = S_p \cdot v_h$$

$$S_p = \frac{a \cdot v_a}{2}$$

$$S_p = \frac{1,6 \cdot 0,8}{2}$$

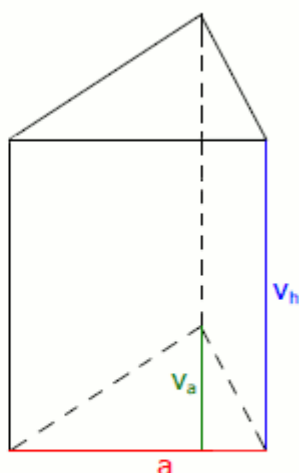
$$S_p = 0,64 \text{ cm}^2$$

$$V = S_p \cdot v_h$$

$$V = 0,64 \cdot 50$$

$$V = 32 \text{ cm}^3$$

Jedna tyč obsahuje 32 cm^3 spájky.



Slovné úlohy

Riešiť slovnú úlohu znamená hlavne jej porozumieť. Preto si slovnú úlohu najprv **poriadne prečítame**. Urobíme si **stručný zápis**, vykonáme príslušné **výpočty** a napíšeme **odpoveď**.

Príklad č.1

Obdĺžnikové klzisko má rozmery 60 m a 30 m. Výška vrstvy ľadu je 3 cm. Koľko litrov ľadu sa nachádza na klzisku?

Riešenie

štvorboký hranol

podstava – obdĺžnik

$$a = 60 \text{ m (dm)} = 600 \text{ dm}$$

$$b = 30 \text{ m (dm)} = 300 \text{ dm}$$

$$v_h = 3 \text{ cm (dm)} = 0,3 \text{ dm}$$

$$V = ? [\text{l}]$$

$$V = S_p \cdot v_h$$

$$S_p = a \cdot b$$

$$S_p = 600 \cdot 300$$

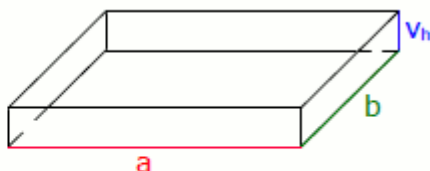
$$S_p = 180\,000 \text{ dm}^2$$

$$V = S_p \cdot v_h$$

$$V = 180\,000 \cdot 0,3$$

$$V = 54\,000 \text{ l}$$

Na klzisku sa nachádza 54 000 litrov ľadu.



Výraz a jeho úprava

Výrazy delíme na: - **číselné výrazy**
- **výrazy s premennou**

Číselný výraz

Príklad zapísaný pomocou čísel, znakov početných operácií a zátvoriek nazývame **číselný výraz**. Hodnota číselného výrazu je výsledok príkladu.

Výraz v zátvorke má pri počítaní vždy prednosť. Ak vo výraze nie sú zátvorky, má násobenie a delenie vždy prednosť pred sčítaním a odčítaním.

Zátvorky môžeme vynechať, ak výraz obsahuje iba operácie sčítanie a odčítanie alebo iba niekoľko operácií násobenia. Pozor však na prípady, keď je pred zátvorkou znamienko mínus.

Príklad č.1

Vypočítajte: $\left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(3\frac{1}{3} + \frac{3}{5}\right)$

Riešenie

$$\left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(3\frac{1}{3} + \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{10}{3} + \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{8-5}{10}\right) \cdot \left(\frac{50+9}{15}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{59}{15} = \frac{1}{10} \cdot \frac{59}{5} = \frac{59}{50}$$

Výraz s premennou

Písmená **x, a, b, h, z,...** vo výrazoch nazývame **premenné**. Za premennú môžeme do výrazu dosadiť číslo a vypočítať hodnotu výrazu.

Výrazy s premennou sú napr.: $5 + x$; $a - 10$; $\frac{k}{3}$.

Súčin, napr. $2 \cdot x$, zjednodušene zapisujeme $2x$.

Jednočleny sú buď iba čísla alebo súčiny a podiely čísel a premenných, napr.: 10 ; $3a$; $-\frac{2}{3}s$; $\frac{m}{2}$;

Dvočleny sú súčty alebo rozdiely jednočlenov, napr.: $10 + 3a$; $x - 0,8$; $3l - \frac{b}{8}$;

Podobne poznáme trojčleny, štvorčleny,...

Napr. **trojčleny**: $x - b + 5$; $2y + \frac{5}{8}k + 1$

štvorčleny: $a + b - c + d$;

Príklad č.1

Pohybové hry navštevuje **h** chlapcov, dievčat chodí o **m** menej.

a) koľko dievčat navštevuje pohybové hry?

b) koľko žiakov navštevuje pohybové hry?

Riešenie

chlapci **h**
dievčatá o **m** menej

a) počet dievčat, ktoré navštevujú pohybové hry?

$$h - m$$

b) počet všetkých žiakov, ktorí navštevujú pohybové hry?

chlapci **h**

dievčatá **h - m**

spolu **$h + (h - m) = h + h - m = 2h - m$**

Pohybové hry navštevuje **$h - m$** dievčat, počet všetkých žiakov, ktorí navštevujú pohybové hry je **$2h - m$** .

Sčítanie výrazov

Výrazy s tou istou premennou sčítame tak, že sčítame ich číselné koeficienty a premennú opíšeme.

Číselný koeficient je číslo vo výraze, napr.: **5x**

└─ premenná
└─ číselný koeficient

Príklad č.1

Sčítajte výraz: **$2x + 5 + 4y + 0,26 + 10x$**

Riešenie

$$\underline{2x} + 5 + 4y + 0,26 + \underline{10x} = 12x + 5 + 4y + 0,26 = 12x + 4y + 5,26$$

Dostali sme zjednodušený výraz, ktorý už ďalej nevieme upraviť.

Odčítanie výrazov

Opačný výraz k danému výrazu dostaneme tak, že v pôvodnom výraze **všetky znamienka zmeníme na opačné**.

<u>pôvodný výraz</u>	<u>opačný výraz</u>
$8x$	$-8x$
$y - 5$	$-y + 5$
$-a - b$	$a + b$

Odčítať výraz znamená pričítať opačný výraz.

Ak je pred zátvorkou znamienko mínus (**-**), všetky znamienka v zátvorke sa menia na opačné.

Ak je uvedená len samotná premenná, tak je číselný koeficient rovný jednotke. Tá sa však nepíše.

Napr.: **$a = 1a$**

$$-a = -1a$$

Príklad č.1

Zjednodušte výraz: **$1 - (-3a + 2) + (8 - 5a) - b$**

Riešenie

$$1 - (-3a + 2) + (8 - 5a) - b = 1 + 3a - 2 + 8 - 5a - b = -2a - b + 7$$

Násobenie výrazu číslom

Násobiť výraz číslom znamená vynásobiť týmto číslom **každý člen výrazu**.

Príklad č.1

Vynásobte výraz $5b - 3$ číslom 8.

Riešenie

$$8 \cdot (5b - 3) = 40b - 24$$


Delenie výrazu číslom

Deliť výraz číslom znamená vydeliť týmto číslom **každý člen výrazu**.

Príklad č.1

Vydelte výraz $12x - 24$ číslom -4.

Riešenie

$$(12x - 24) : (-4) = -3x + 6$$


Vynímanie pred zátvorku

Výraz môžeme upraviť tak, že nájdeme **najväčší spoločný deliteľ všetkých členov výrazu**, ten vyberieme pred zátvorku a v zátvorke zostanú členy, ktoré sme týmto deliteľom vydělili.
Ukážeme si to na príkladoch.

Príklad č.1

Upravte výraz vyňatím najväčšieho spoločného deliteľa pred zátvorku: $24a - 56b$.

Riešenie

$$24a - 56b = 8 \cdot (3a - 7b)$$

Pomer, priama a nepriama úmernosť

V tomto tematickom celku si postupne vysvetlíme pojmy **pomer**, **priama úmernosť**, **nepriama úmernosť** a naučíme sa s nimi počítať.

Pomer

Každý podiel zapísaný v tvare napr. **3 : 6** nazývame **pomer**. Čítame tri ku šesť.

Hodnota pomeru sa nezmení ani rozšírením ani krátením obidvoch členov pomeru číslom rôznym od nuly.

Ak členy pomeru sú **nesúdeliteľné čísla** hovoríme, že pomer je upravený na **základný tvar**.

Poradie členov pomeru je dôležité, pretože: **3 : 4 ≠ 4 : 3**.

Pomerom môžeme porovnávať len číselné údaje vyjadrené v **rovnakých jednotkách**.

Ak je pomer dvoch čísel **väčší ako 1** ide o **zväčšenie**. Ak je pomer dvoch čísel **menší ako 1** ide o **zmenšenie**.

Príklad č.1

Upravte pomer na základný tvar: 0,04 : 5,6.

Riešenie

$$\begin{array}{ll} 0,04 : 5,6 & /.100 \\ 4 : 560 & /:4 \\ 1 : 140 \end{array}$$

Priama úmernosť

V akom pomere sa **zväčší** jedna veličina, v takom pomere sa **zväčší** aj druhá veličina alebo v akom pomere sa **zmenší** jedna veličina, v takom pomere sa **zmenší** aj druhá veličina. Takýto vzťah medzi dvoma veličinami nazývame **priama úmernosť**.

Napríklad:

- koľkokrát sa **zväčší** prejdená vzdialenosť, toľkokrát sa **zväčší** spotreba benzínu (a opačne: koľkokrát sa **zmenší** prejdená vzdialenosť, toľkokrát sa **zmenší** spotreba benzínu) – spotreba benzínu je **priamo úmerná** prejdenej vzdialenosti,
- koľkokrát **menej** rovnakého tovaru nakúpime, toľkokrát **menej** zaplatíme (a opačne: koľkokrát **viac** rovnakého tovaru nakúpime, toľkokrát **viac** zaplatíme) – cena, ktorú za tovar zaplatíme je **priamo úmerná** množstvu zakúpeného rovnakého tovaru,
- koľkokrát **dlhšie** (**viac**) budeme svietiť žiarovkou, toľkokrát **viac** zaplatíme za spotrebovaný elektrický prúd (a opačne: koľkokrát **kratšie** (**menej**) budeme svietiť žiarovkou, toľkokrát **menej** zaplatíme za spotrebovaný elektrický prúd) – cena za spotrebovaný elektrický prúd je **priamo úmerná** dĺžke svietenia žiarovkou.

Nepriama úmernosť

V akom pomere sa **zväčší** jedna veličina, v prevrátenom (opačnom) pomere **klesne** (**zmenší sa**) druhá veličina alebo v akom pomere sa **zmenší** jedna veličina, v prevrátenom (opačnom) pomere sa **zväčší** druhá veličina. Takýto vzťah medzi dvoma veličinami nazývame **nepriama úmernosť**.

Napríklad:

- koľkokrát sa **zväčší** počet stravníkov, toľkokrát sa **zmenší** počet dní, na ktoré vystačia zásoby potravín – počet dní, na ktoré vystačia zásoby je **nepriamo úmerný** počtu stravníkov,
- koľkokrát **klesne** počet robotníkov, vykonávajúcich tú istú prácu, toľkokrát **vzrastie** počet dní práce – počet dní, za ktorý vykonajú robotníci tú istú prácu je **nepriamo úmerný** počtu robotníkov,
- koľkokrát sa **zväčší** počet traktorov s rovnakými pluhmi, toľkokrát sa **zmenší** čas potrebný na zoranie pozemku – čas, potrebný na zoranie pozemku je **nepriamo úmerný** počtu traktorov.

Úmera

Rovnosť pomerov nazývame **úmerou**.

Úmera je správna, ak súčin vonkajších členov úmery sa rovná súčinu jej vnútorných členov.

Príklad č.1

Zistite, či zápis je úmera: $12 : 0,2 = 5 : \frac{1}{2}$

Riešenie

$$12 : 0,2 = 5 : \frac{1}{2}$$

$$12 \cdot \frac{1}{2} = 0,2 \cdot 5$$

$$6 \neq 1$$

Daný zápis nie je úmerou.

Trojčlenka

Pri výpočte priamej alebo nepriamej úmernosti sa často využíva riešenie pomocou trojčlenky.

Trojčlenka je taký zápis dvojíc hodnôt veličín, kde tri z nich poznáme a štvrtú máme vypočítať.

Príklad č.1

Za olovrant pre 30 žiakov zaplatíme 15 €. Koľko eur zaplatíme za ten istý olovrant pre 28 žiakov?

Riešenie

$$\begin{array}{l} \downarrow 30 \text{ žiakov} \dots\dots\dots 15 \text{ eur} \downarrow \\ \downarrow 28 \text{ žiakov} \dots\dots\dots x \text{ eur} \downarrow \end{array}$$

$$30 : 28 = 15 : x$$

$$30 \cdot x = 28 \cdot 15$$

$$30 \cdot x = 420 \quad /:30$$

$$x = 420 : 30$$

$$x = 14$$

Ten istý olovrant pre 28 žiakov stojí 14 eur.

Slovné úlohy

Slovnú úlohu si najprv poriadne prečítame. Určíme typ úmernosti, napíšeme z nej trojčlenku a vypočítame ju.

Na záver napíšeme stručnú odpoveď.

Príklad č.1

Priemerná dĺžka Miškových krokov je 80 cm. Na cezpoľnom behu si ich Miško napočítal 2125. Priemerná dĺžka Karolových krokov je 85 cm. Koľko krokov na tej istej trati urobil Karol?

Riešenie

$$\begin{array}{l} \uparrow 80 \text{ cm dĺžka kroku} \dots\dots\dots 2125 \text{ krokov} \downarrow \\ 85 \text{ cm dĺžka kroku} \dots\dots\dots x \text{ krokov} \\ \hline 85 : 80 = 2125 : x \\ 85 \cdot x = 80 \cdot 2125 \\ 85 \cdot x = 170\,000 \quad /:85 \\ x = 170\,000 : 85 \\ x = \mathbf{2000} \end{array}$$

Na tej istej trati urobil Karol 2000 krokov.

Mierka plánov a máp

Mierka plánu **1 : x** znamená, že skutočné rozmery sú na pláne **zmenšené x-krát**. Úsečka, ktorej veľkosť v pláne je 1 cm predstavuje v skutočnosti **x** cm.

Pri úlohách o mierke pracujeme s tromi veličinami: skutočná vzdialenosť, vzdialenosť na pláne a mierka mapy.

Ak je pomer **menší ako 1**, obraz v pláne (na mape) je **zmenšený**, napr.: ak je pomer **1 : 2**, tak v pláne (na mape) je obraz **zmenšený** a má veľkosť **1 : 2 = 0,5-krát** takú ako v skutočnosti (teda má polovičnú veľkosť).

Ak je pomer **väčší ako 1**, obraz v pláne (na mape) je **zväčšený**, napr.: ak je pomer **2 : 1**, tak v pláne (na mape) je obraz **zväčšený** a má veľkosť **2 : 1 = 2-krát** takú ako v skutočnosti (teda má dvojnásobnú veľkosť).

Príklad č.1

Skutočná vzdialenosť dvoch miest je 75 km. Akou dlhou úsečkou bude táto vzdialenosť znázornená na mape s mierkou 1 : 250 000?

Riešenie

skutočná vzdialenosť: 75 km (cm) = 7 500 000

mierka: m = 1 : 250 000

vzdialenosť na mape v cm?

$$7\,500\,000 : 250\,000 = 30 \text{ cm}$$

Na mape s mierkou 1 : 250 000 bude táto vzdialenosť znázornená úsečkou s dĺžkou 30 cm.

Lineárne rovnice

Rovnica je matematický zápis rovnosti dvoch matematických výrazov.

$$\begin{array}{ccc} \underline{4 + 2} & = & \underline{3 \cdot 2} \\ \text{ľavá strana rovnosti} & & \text{pravá strana rovnosti} \\ \text{Ľ} = 6 & & \text{P} = 6 \\ & & \text{Ľ} = \text{P} \quad - \text{rovnosť je platná} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \underline{\text{Zápis } 2x - 5} & = & \underline{25} \quad \text{nazývame rovnica s neznámou } x. \\ \text{ľavá strana rovnice} & & \text{pravá strana rovnice} \end{array}$$

Riešiť rovnicu znamená vypočítať hodnotu neznámej **x**.

Vypočítanú hodnotu neznámej **x** nazývame aj **koreň rovnice**.

Správnosť riešenia overíme **skúškou správnosti**. Ak je rovnica vyriešená správne, musí platiť rovnosť **Ľ = P**.

Neznámu môžeme v rovniciach označovať aj inými písmenami, napr. **y, z, a, b, c,...**

Úpravy lineárnych rovníc

Úpravy lineárnych rovníc sú predpisy, podľa ktorých rovnicu upravujeme, pokiaľ ju nevyriešime.

Riešenie rovnice sa nezmení ak:

- vymeníme ľavú a pravú stranu rovnice,
- k obidvom stranám rovnice pripočítame to isté číslo,
- od obidvoch strán rovnice odčítame to isté číslo,
- obidve strany rovnice vynásobíme tým istým číslom rôznym od nuly,
- obidve strany rovnice vydelíme tým istým číslom rôznym od nuly.

Takéto úpravy rovníc nazývame **ekvivalentné**. Slovo ekvivalentný pochádza z latinského slova „ekvivalens“ a znamená rovnaký, ten istý.

V príkladoch sa naučíme riešiť jednoduchšie lineárne rovnice.

Riešenie jednoduchých lineárnych rovníc

Príklad č.1

Vyriešte rovnicu a urobte skúšku správnosti: $(5x + 6) - 2(x - 2) = x - 2 - (x - 3)$

Riešenie

$$\begin{aligned} (5x + 6) - 2(x - 2) &= x - 2 - (x - 3) \\ 5x + 6 - 2x + 4 &= x - 2 - x + 3 \\ 3x + 10 &= 1 && /-10 \\ 3x + 10 - 10 &= 1 - 10 \\ 3x &= -9 && /:3 \\ (3x) : 3 &= (-9) : 3 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

Skúška správnosti:

$$\begin{array}{lcl} \text{Ľavá strana: Ľ:} & (5x + 6) - 2(x - 2) &= (5 \cdot (-3) + 6) - 2 \cdot (-3 - 2) = (-15 + 6) - 2 \cdot (-5) = \\ & &= -9 - (-10) = -9 + 10 = \mathbf{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{Pravá strana: P:} & x - 2 - (x - 3) &= -3 - 2 - (-3 - 3) = -3 - 2 - (-6) = -3 - 2 + 6 = \mathbf{1} \end{array}$$

$$\mathbf{\text{Ľ} = \text{P}}$$

Slovné úlohy s použitím lineárnych rovníc

Pri riešení slovnej úlohy sa snažíme dodržať tieto zásady:

- úlohu si **poriadne prečítame** tak, aby sme jej porozumeli
- napíšeme si **stručný zápis** úlohy so všetkými známymi aj neznámymi údajmi (môžeme si načrtnúť aj obrázok)
- **zostavíme rovnicu** alebo iný výpočet, môžeme pripojiť aj slovný komentár na objasnenie nášho postupu
- urobíme **skúšku správnosti**, overíme ňou správnosť riešenia zadania úlohy
- napíšeme **stručnú odpoveď**

Príklad č.1

Trieda 5.A sa zúčastnila na preventívnej zubnej prehliadke. Štvrtine žiakov zistili dva zubné kazy, osmine žiakov zistili jeden kaz. Polovica triedy mala všetky zuby zdravé. Koľko žiakov chodí do triedy 5.A ak v deň prehliadky 4 žiaci chýbali?

Riešenie

2 zubné kazy	štvrtina žiakov	$\frac{1}{4}x$
1 zubný kaz	osmina žiakov	$\frac{1}{8}x$
0 zubných kazov	polovica žiakov	$\frac{1}{2}x$
chýbali	4 žiaci	
počet všetkých žiakov	x	

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{2}x &= x - 4 & / \cdot 8 \\ 2x + x + 4x &= 8x - 32 \\ 7x &= 8x - 32 & / +32 \\ 7x + 32 &= 8x & / -7x \\ 32 &= x\end{aligned}$$

Skúška správnosti:

2 zubné kazy:	$\frac{1}{4} \cdot 32 = 8$ žiaci
1 zubný kaz:	$\frac{1}{8} \cdot 32 = 4$ žiaci
0 zubných kazov:	$\frac{1}{2} \cdot 32 = 16$ žiakov

Spolu 28 žiakov

4 žiaci chýbali: $28 + 4 = 32$ žiakov

Do 5.A triedy chodí 32 žiakov.

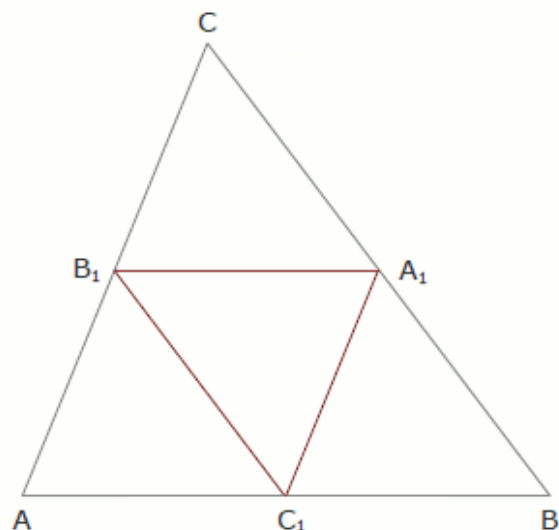
Významné prvky trojuholníka

Medzi ďalšie významné prvky trojuholníka okrem **výšky**, o ktorej sme sa už učili, patrí aj:

- **stredná priečka trojuholníka** a
- **ťažnice trojuholníka**.

Stredná priečka trojuholníka

Stredná priečka trojuholníka je úsečka určená **stredmi jeho dvoch strán** a je **rovnobežná s tretou stranou** trojuholníka. **Dĺžka** strednej priečky trojuholníka sa rovná **polovici dĺžky** tej strany trojuholníka, s ktorou je rovnobežná.



A₁ – stred strany **BC**

B₁ – stred strany **AC**

C₁ – stred strany **AB**

$$\mathbf{A_1B_1 \parallel AB} \quad |\mathbf{A_1B_1}| = \frac{1}{2} |\mathbf{AB}|$$

$$\mathbf{B_1C_1 \parallel BC} \quad |\mathbf{B_1C_1}| = \frac{1}{2} |\mathbf{BC}|$$

$$\mathbf{A_1C_1 \parallel AC} \quad |\mathbf{A_1C_1}| = \frac{1}{2} |\mathbf{AC}|$$

Príklad č.1

Body **A₁**, **B₁**, **C₁** sú stredy strán trojuholníka **ABC**. Vypočítajte obvod **ΔABC** ak dĺžky jeho stredných priečok sú: **|A₁B₁| = 2 cm**, **|B₁C₁| = 3,5 cm**, **|A₁C₁| = 4,5 cm**.

Riešenie

$$|\mathbf{AB}| = 2 \cdot |\mathbf{A_1B_1}| = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}$$

$$|\mathbf{BC}| = 2 \cdot |\mathbf{B_1C_1}| = 2 \cdot 3,5 = 7 \text{ cm}$$

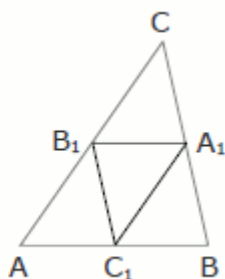
$$|\mathbf{AC}| = 2 \cdot |\mathbf{A_1C_1}| = 2 \cdot 4,5 = 9 \text{ cm}$$

$$\mathbf{O = |AB| + |BC| + |AC|}$$

$$\mathbf{O = 4 + 7 + 9}$$

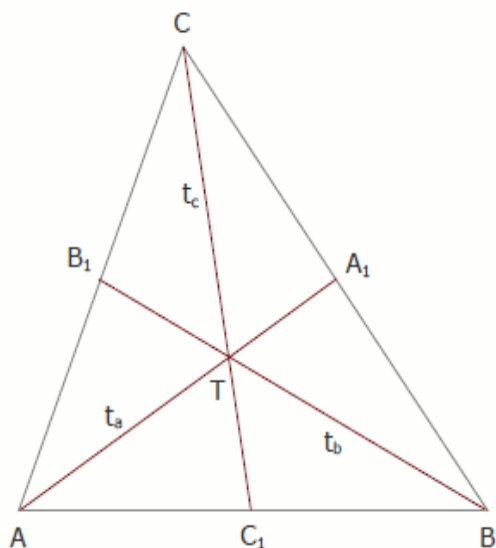
$$\mathbf{O = 20 \text{ cm}}$$

Obvod trojuholníka **ABC** je 20 cm.



Ťažnice a ťažisko trojuholníka

Ťažnica trojuholníka je úsečka určená **vrcholom** trojuholníka a **stredom protíľahlej strany** trojuholníka. Každý trojuholník má tri ťažnice, ktoré sa pretínajú v jednom bode, ktorý nazývame **ťažisko**. Ťažisko označujeme veľkým písmenom **T**. V každom trojuholníku leží ťažisko vo vnútri trojuholníka. Ťažisko rozdeľuje každú ťažnicu na dve úsečky s dĺžkami v pomere **2 : 1**. Ťažnicu označujeme malým písmenom **t**.



A_1 – stred strany BC

B_1 – stred strany AC

C_1 – stred strany AB

T – ťažisko trojuholníka

$t_a = AA_1$ – ťažnica na stranu a $|AT| = 2 \cdot |A_1T|$

$t_b = BB_1$ – ťažnica na stranu b $|BT| = 2 \cdot |B_1T|$

$t_c = CC_1$ – ťažnica na stranu c $|CT| = 2 \cdot |C_1T|$

alebo:

$$|A_1T| = \frac{1}{3} |AA_1| \quad |B_1T| = \frac{1}{3} |BB_1| \quad |C_1T| = \frac{1}{3} |CC_1|$$

$$|AT| = \frac{2}{3} |AA_1| \quad |BT| = \frac{2}{3} |BB_1| \quad |CT| = \frac{2}{3} |CC_1|$$

Príklad č.1

Zostrojte $\triangle ABC$ ak je dané: $c = 8$ cm; $b = 7$ cm; $t_c = 6$ cm.

Riešenie

Zápis:

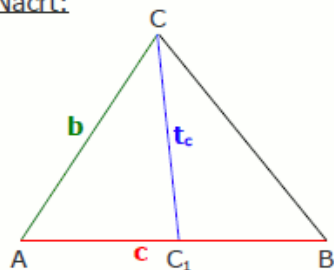
Dané: $c = 8$ cm

$b = 7$ cm

$t_c = 6$ cm

Úloha: zostrojiť $\triangle ABC$

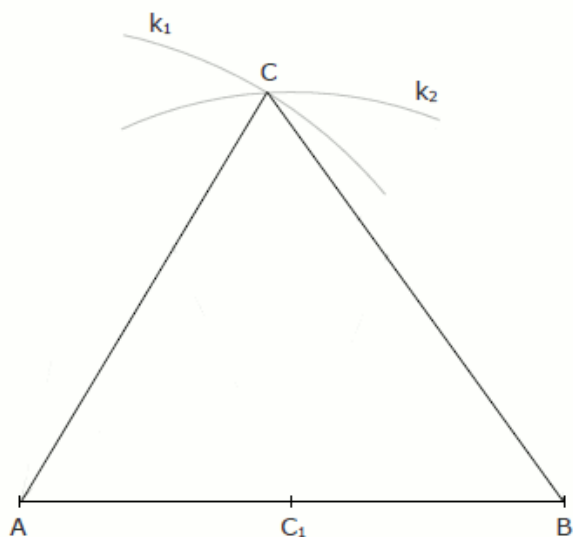
Náčrt:



Postup:

1. AB ; $|AB| = 8$ cm
2. k_1 ; $k_1(A; 7$ cm)
3. C_1 ; C_1 je stred strany AB
4. k_2 ; $k_2(C_1; 6$ cm)
5. C ; $C \in k_1 \cap k_2$
6. $\triangle ABC$

Konštrukcia:



Skúška: strany $\triangle ABC$ a jeho ťažnica t_c majú dané dĺžky.

Záver: v danej polrovine existuje jediné riešenie.

Percentá

V živote sa veľmi často stretávame s pojmom percento. Označenie percenta je %.

Pri riešení úloh s percentami budeme pracovať s tromi veličinami:

- **základ** – označujeme $z = 100\%$
- **percentová časť** – časť základu, označujeme h
- **počet percent** – určuje koľko stotín zo základu tvorí percentová časť, označujeme p

Jedno percento

$$\text{Jedno percento: } 1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

Jedno percento je **jedna stotina** zo základu.

Percento je latinský názov jednej stotiny: per cento = zo sto.

Príklad č.1

Vypočítajte 1% z 1200 žiakov.

Riešenie

základ = $z = 1200$ žiakov

$$1\% = \frac{1}{100} \text{ zo základu } \dots\dots\dots \frac{1}{100} \cdot 1200 = \mathbf{12 \text{ žiakov}}$$

$$\text{alebo: } 1200 : 100 = \mathbf{12 \text{ žiakov}}$$

1% z 1200 žiakov je 12 žiakov.

Percentová časť

Percentovú časť vypočítame nasledovne:

- najprv základ vydáme číslom 100 (vypočítame 1%),
- a výsledok vynásobíme daným počtom percent.

Môžeme si napísať jednoduchý vzorec:

$$h = \frac{z}{100} \cdot p$$

h – percentová časť
 z – základ
 p – počet percent

Percentovú časť môžeme tiež veľmi jednoducho vypočítať pomocou trojčlenky (ukážeme si to na príkladoch).

Príklad č.1

Obsah konzervy má hmotnosť 300 g. Mäso tvorí 88% z hmotnosti obsahu. Koľko gramov mäsa je v konzerve?

Riešenie

$$z = 300 \text{ g}$$

$$p = 88\%$$

$$h = ? \text{ [g]}$$

Riešenie 1:

$$h = \frac{z}{100} \cdot p$$

$$h = \frac{300}{100} \cdot 88 = 3 \cdot 88 = \mathbf{264 \text{ g}}$$

V konzerve je 264 g mäsa.

Riešenie 2:

↑	300 g	100%	↑
↑	x g	88%	↑

$$x : 300 = 88 : 100$$

$$100 \cdot x = 88 \cdot 300$$

$$100 \cdot x = 26\,400 \quad /:100$$

$$x = 26\,400 : 100$$

$$x = \mathbf{264 \text{ g}}$$

V konzerve je 264 g mäsa.

Ukázali sme si dva spôsoby výpočtu percentovej časti:

- pomocou vzorca
- pomocou trojčlenky.

Základ

Základ vypočítame nasledovne:

- najprv percentovú časť vydelíme počtom percent,
- a výsledok vynásobíme číslom 100.

Môžeme si napísať jednoduchý vzorec:

$$z = (h : p) \cdot 100$$

z – základ
h – percentová časť
p – počet percent

Takisto môžeme použiť výpočet pomocou trojčlenky (ukážeme si to na príkladoch).

Príklad č.1

Zimný kabát zlacnel po sezóne o 15%. Jeho cena po zlacnení bola 85 €. Koľko eur stál zimný kabát pred zlacnením?

Riešenie

$$p = 100\% - 15\% = 85\%$$

$$h = 85 \text{ €}$$

$$z = ? [\text{€}]$$

Riešenie 1:

$$z = (h : p) \cdot 100$$

$$z = (85 : 85) \cdot 100$$

$$z = 1 \cdot 100$$

$$z = \mathbf{100 \text{ €}}$$

Pred zlacnením stál zimný kabát 100 €.

Riešenie 2:

$$\begin{array}{lcl} \uparrow 85\% & \dots\dots\dots & 85 \text{ €} \uparrow \\ \uparrow 100\% & \dots\dots\dots & x \text{ €} \uparrow \end{array}$$

$$100 : 85 = x : 85$$

$$85 \cdot x = 85 \cdot 100$$

$$85 \cdot x = 8500 \quad /:85$$

$$x = 8500 : 85$$

$$x = \mathbf{100 \text{ €}}$$

Pred zlacnením stál zimný kabát 100 €.

Počet percent

Počet percent vypočítame nasledovne:

- najprv základ vydělíme číslom 100 (vypočítame 1%),
- a potom percentovú časť vydělíme výsledkom (1%).

Môžeme si napísať jednoduchý vzorec:

$$p = h : \left(\frac{z}{100} \right)$$

p – počet percent
 h – percentová časť
 z – základ

Počet percent môžeme tiež veľmi jednoducho vypočítať pomocou trojčlenky (ukážeme si to na príkladoch).

Príklad č.1

V triede je 28 žiakov. Sedem z nich malo na konci roka na vysvedčení samé jednotky. Koľko percent z celkového počtu žiakov malo samé jednotky?

Riešenie

$$z = 28 \text{ žiakov}$$

$$h = 7 \text{ žiakov}$$

$$p = ? [\%]$$

Riešenie 1:

$$p = h : \left(\frac{z}{100} \right)$$

$$p = 7 : \left(\frac{28}{100} \right)$$

$$p = 7 : 0,28$$

$$p = 25\%$$

Samé jednotky malo 25% žiakov.

Riešenie 2:

↑ 28 žiakov	100% ↑
7 žiakov	x %

$$7 : 28 = x : 100$$

$$28 \cdot x = 7 \cdot 100$$

$$28 \cdot x = 700 \quad /:28$$

$$x = 700 : 28$$

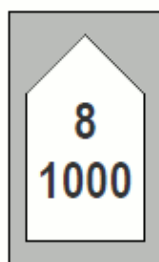
$$x = 25\%$$

Samé jednotky malo 25% žiakov.

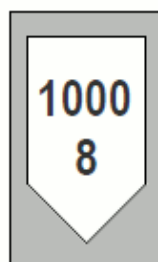
Promile

Teória

Na železničných tratiach sa stretávame so značkami, ktoré označujú stúpanie alebo klesanie trate v **promile** (značka ‰).



Táto značka označuje, že na vodorovnom úseku trate dĺžky 1000 m stúpne trať o 8 m v zvislom smere.



Táto značka označuje, že na vodorovnom úseku trate dĺžky 1000 m klesne trať o 8 m v zvislom smere.

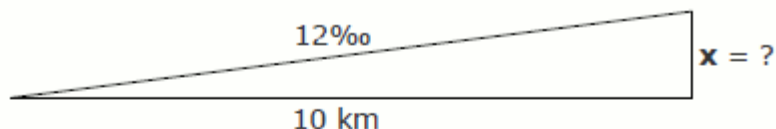
Jedno promile je jedna tisícina zo základu.

$$1\text{‰} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

Príklad č.1

Vodorovná vzdialenosť medzi dvomi železničnými stanicami je 10 km. Na tomto úseku má železničná trať stúpanie 12‰. Aký je výškový rozdiel medzi týmito stanicami?

Riešenie



↑ na 1000 m 12 m stúpanie ↑
 na 10 000 m x m stúpanie ↑

$$10\,000 : 1000 = x : 12$$

$$1000 \cdot x = 12 \cdot 10\,000$$

$$1000 \cdot x = 120\,000 \quad /:1000$$

$$x = 120\,000 : 1000$$

$$x = 120\, \text{m}$$

Výškový rozdiel medzi stanicami je 120 m.

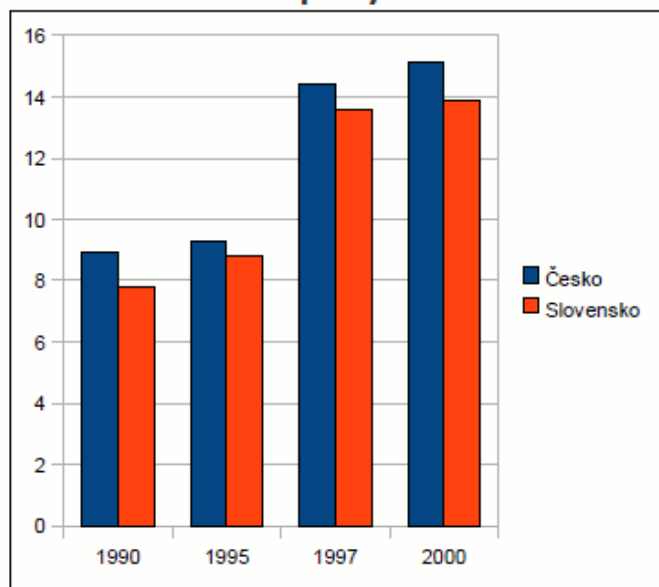
Diagramy

V novinách a časopisoch sa často nachádzajú obrázky, na ktorých sú graficky porovnávané rôzne údaje. Grafické znázornenie číselných údajov sa nazýva **diagram**.

Diagram poskytuje lepšiu predstavu o vzťahoch medzi porovnávanými údajmi.

Poznáme dva základné druhy diagramov:

stĺpcový

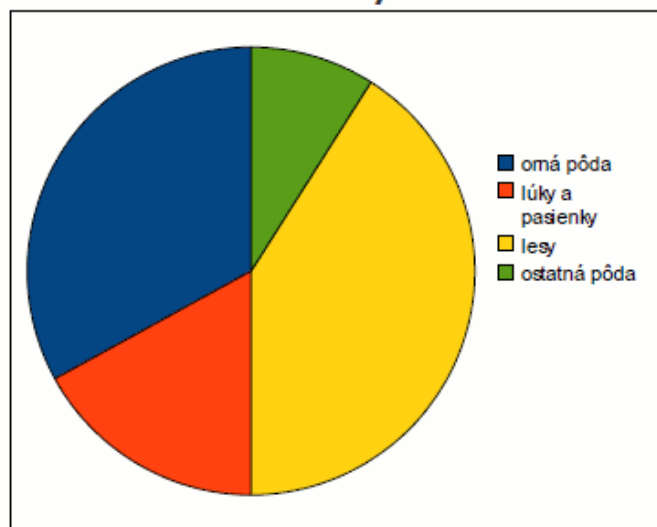


Graf 1: Spotreba hydinového mäsa v Česku a Slovensku (kg)

Stĺpcový diagram porovnáva hodnoty jednotlivých údajov.

Diagramy uverejňované v novinách a časopisoch sú väčšinou zostrojené pomocou počítačových programov. Zdrojom údajov sú tabuľky dostupné v rôznych inštitúciách.

kruhový



Graf 2: Pôda na Slovensku (%)

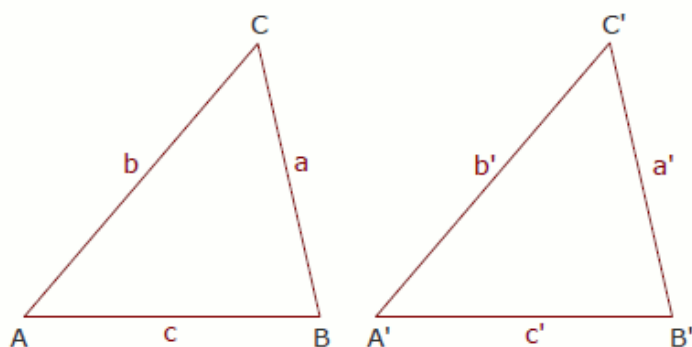
Kruhový diagram vyjadruje rozdelenie celku na časti.

Zhodnosť, zhodné zobrazenia

Ak vieme v rovine premiestňovať rôzne rovinné útvary tak, že sa kryjú, hovoríme o zhodnom zobrazení v rovine: $U \cong U'$ (U – vzor, U' – obraz).

Zhodnosť trojuholníkov

Veta sss: Každé dva trojuholníky, ktoré sa zhodujú vo všetkých troch stranách, sú zhodné.



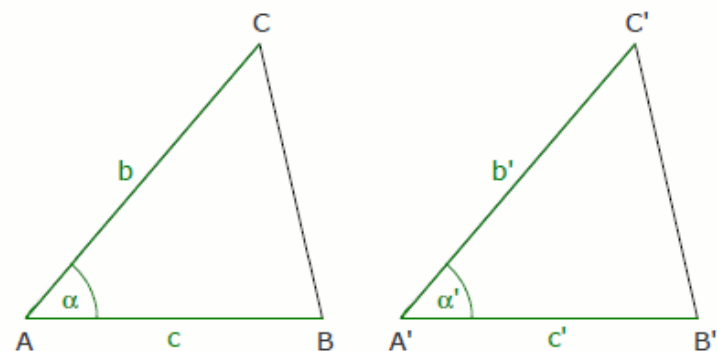
$$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

$$AB \cong A'B'$$

$$BC \cong B'C'$$

$$AC \cong A'C'$$

Veta sus: Každé dva trojuholníky, ktoré sa zhodujú v dvoch stranách a v uhle nimi určenom, sú zhodné.



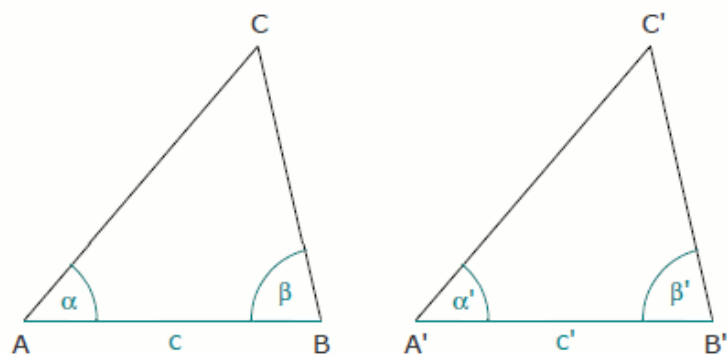
$$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

$$AB \cong A'B'$$

$$AC \cong A'C'$$

$$\alpha \cong \alpha'$$

Veta usu: Každé dva trojuholníky, ktoré sa zhodujú v jednej strane a dvoch uhloch k nej priľahlých, sú zhodné.



$$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

$$AB \cong A'B'$$

$$\alpha \cong \alpha'$$

$$\beta \cong \beta'$$

Stredová súmernosť

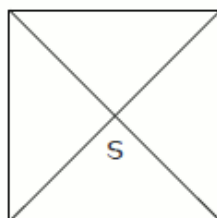
Stredová súmernosť patrí medzi **zhodné zobrazenia** v rovine. Je určená **stredom súmernosti** – bodom **S**. Bod **A** je **vzor** a bod **A'** je **obraz** v stredovej súmernosti.

Obrazom **úsečky** v stredovej súmernosti je **úsečka** s ňou **zhodná** a **rovnobežná**.

Bod **S** nazývame stredom súmernosti útvaru **U**, ak ku každému bodu útvaru **U** v stredovej súmernosti podľa stredu **S** odpovedá bod tohto útvaru **U**. Takémuto útvaru hovoríme, že je **stredovo súmerný**.

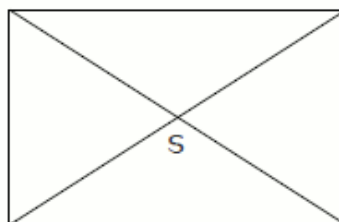
Štvorec je stredovo súmerný.

Stred súmernosti je **priesečník uhlopriečok**.



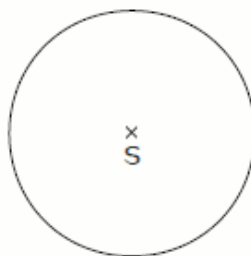
Obdĺžnik je stredovo súmerný.

Stred súmernosti je **priesečník uhlopriečok**.



Kruh je stredovo súmerný.

Stred súmernosti je **stred kruhu**.



Pravidelný mnohouholník s **párny**m počtom vrcholov **je** stredovo súmerný (šesťuholník, osemuholník, desaťuholník,...).

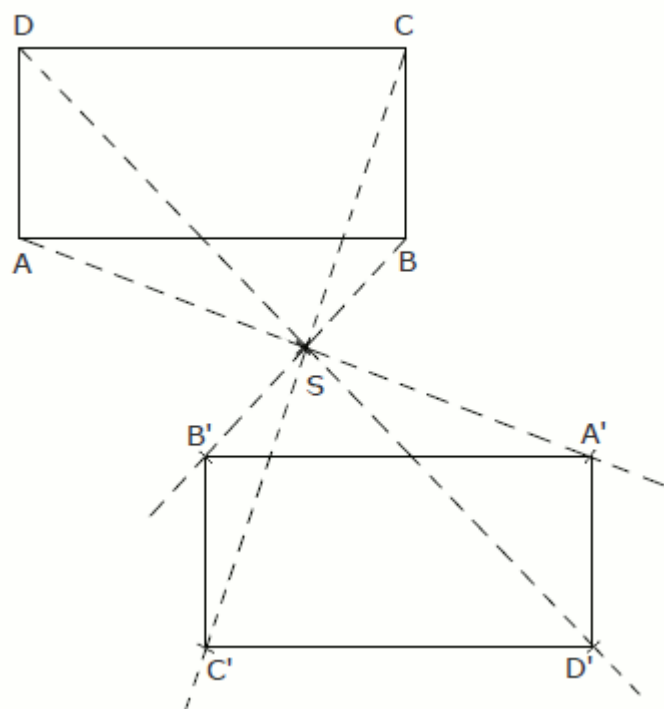
Pravidelný mnohouholník s **nepárny**m počtom vrcholov **nie je** stredovo súmerný (päťuholník, sedemuholník, deväťuholník,...).

Bod, ktorý splýva so svojím obrazom sa nazýva **samodružný bod**. Bod **S** je **jediný samodružný bod** v stredovej súmernosti.

Príklad č.1

Narysujte ľubovoľný obdĺžnik **ABCD**. Zostrojte jeho obraz **A'B'C'D'** v stredovej súmernosti, ak stred súmernosti leží mimo obdĺžnika **ABCD**.

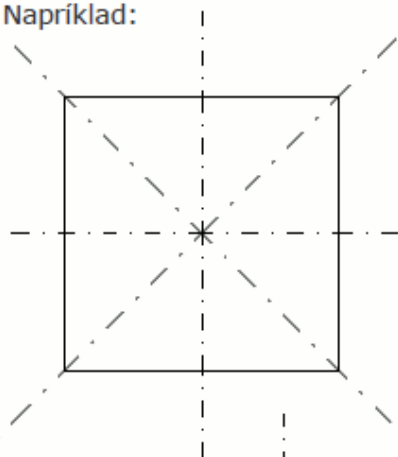
Riešenie



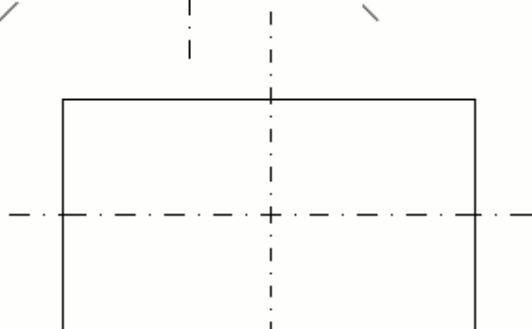
Osová súmernosť

Osovo súmerný útvar sa skladá z dvoch zhodných častí oddelených priamkou – **osou súmernosti**.

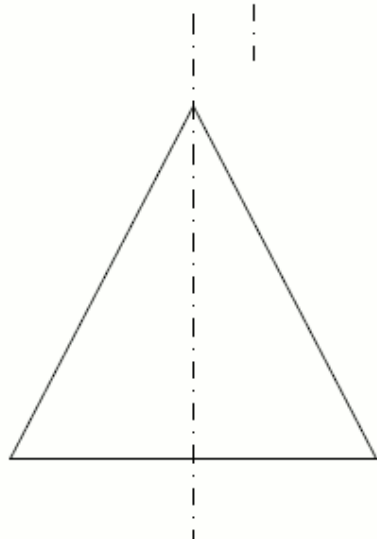
Napríklad:



štvorec má **4** osi súmernosti



obdĺžnik má **2** osi súmernosti



rovnoramenný trojuholník má **1** os súmernosti

Osová súmernosť v rovine je určená priamkou – **osou súmernosti**.

Útvar **U** je osovo súmerný podľa osi **o** ak jeho obraz **U'** v osovej súmernosti danej osou **o** splýva s útvarom **U**.

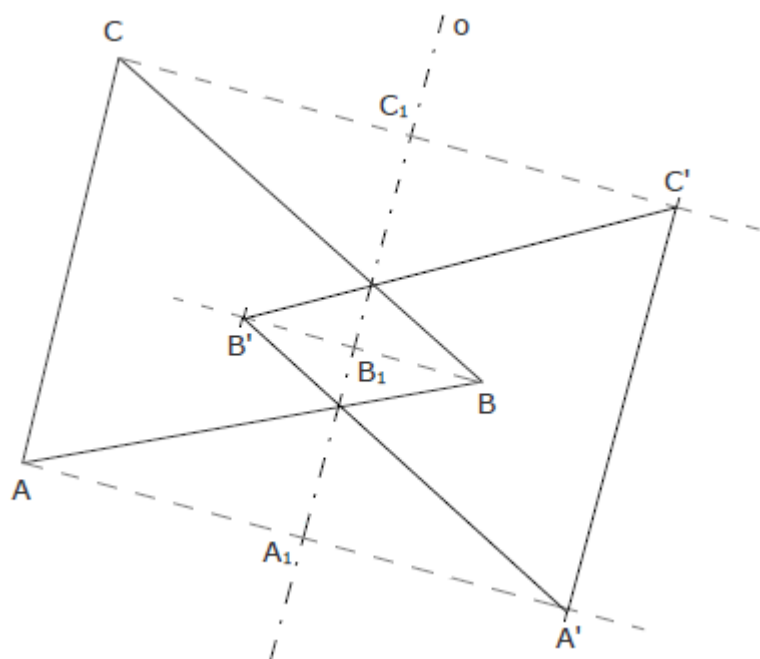
Všetky body osi **o** osovej súmernosti sú **samodružné body** osovej súmernosti.

Súmernosť sa nazýva aj **symetria**, čo znamená súlad medzi časťami celku.

Príklad č.1

Narysujte ľubovoľný trojuholník **ABC**. Zostrojte jeho obraz, **ΔA'B'C'**, v osovej súmernosti, ak os súmernosti pretína **ΔABC**.

Riešenie



Kombinatorika

Kombinatorika je spracovaná komplexne spolu so štatistikou a pravdepodobnosťou (ako jeden veľký celok) na konci 9. ročníka. Nájdete tam na jednom mieste všetky oblasti, ktoré sa vyučujú v 6., 7., 8. a 9. ročníku.

V 7. ročníku sa preberajú podcelky:

8.1. Všetky možné usporiadania daného počtu prvkov

8.2. Výber a usporiadanie prvkov

8.3. Výber prvkov bez ich usporiadania